

Números capicuas

Um número é capicua quando lido da esquerda para a direita e da direita para a esquerda apresenta sempre o mesmo valor, por exemplo os números 22 e 23532 são capicuas.

É curioso que não existem números primos capicuas com um número par de algarismos, à exceção do número 11. Porquê?



Resolução

Os números capicuas de 2 algarismos são:

11	22	33	44	55	66	77	88	99
----	----	----	----	----	----	----	----	----

Sem contar com o número 11, verificamos facilmente que são todos múltiplos do número 11. Assim além de serem divisíveis por eles próprios e pela unidade também são divisíveis por 11, logo não são números primos.

O próximo número capicua com um número par de algarismos será o 1001 (4 algarismos) seguido de:

1111	1221	1331	1441	1551	1661	...
------	------	------	------	------	------	-----

Serão também estes números divisores de 11?

Com seis algarismos, os números capicuas começam no número 100001 e seguem-se os números:

111111	112211	113311	114411	115511	116611	...
--------	--------	--------	--------	--------	--------	-----

Mas como garantimos que todos estes números não são primos?

Não conseguimos testar um a um para analisar todos os seus divisores. Contudo podemos aplicar alguns conhecimentos sobre os critérios de divisibilidade, nomeadamente a divisibilidade por 11. A primeira ideia com que ficamos é de que poderão ser todos divisíveis por 11, será verdade?

Segundo o critério de divisibilidade por 11 sabemos que “Um número é divisível por 11 quando a diferença entre as somas dos valores absolutos dos algarismos de ordem ímpar e a dos de ordem par é divisível por 11.”

Para percebermos um pouco melhor como funciona, o melhor é considerar um exemplo. O número 5786. O algarismo das unidades é de 1ª ordem, o das dezenas de 2ª ordem, o das centenas de 3ª ordem e o dos milhares de 4ª ordem.

Neste caso a soma dos algarismos de ordem par é $7 + 6 = 13$ e a soma dos algarismos de ordem ímpar é $5 + 8 = 13$, a diferença entre as duas somas é 0 (zero). Como zero é divisível por 11, o número 5786 também será, $5786 : 11 = 526$.

Voltando aos números capicuas com um número par de algarismos, e analisando o número 1001, podemos verificar as ordens da seguinte forma.

1	0	0	1
ordem par	ordem ímpar	ordem par	ordem ímpar

No número 113311, teremos

1	1	3	3	1	1
ordem par	ordem ímpar	ordem par	ordem ímpar	ordem par	ordem ímpar

Facilmente percebemos que os algarismos das extremidades são de ordens diferentes e como se trata de um número capicua, estes algarismos são iguais e ao caminhar para as ordens centrais o mesmo irá acontecer. Desta forma, significa que a soma dos algarismos de ordens pares é igual à soma dos algarismos de ordens ímpares.

Podemos assim concluir que qualquer número capicua com um número par de algarismos é divisível por 11, logo não será um número primo, à exceção do número 11.