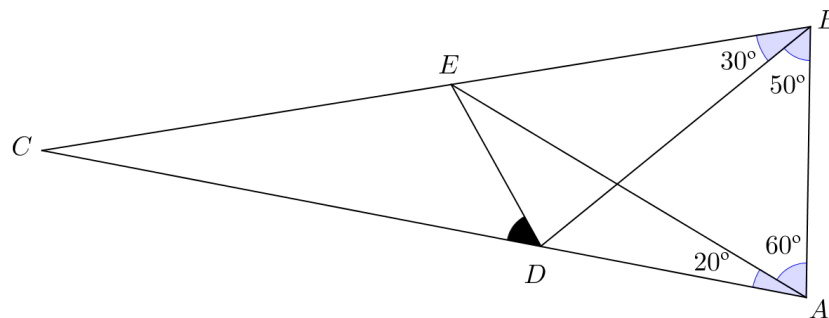


### Ângulo escondido

adaptado de *Uma Paródia Matemática*, Brian Bolt, 1997

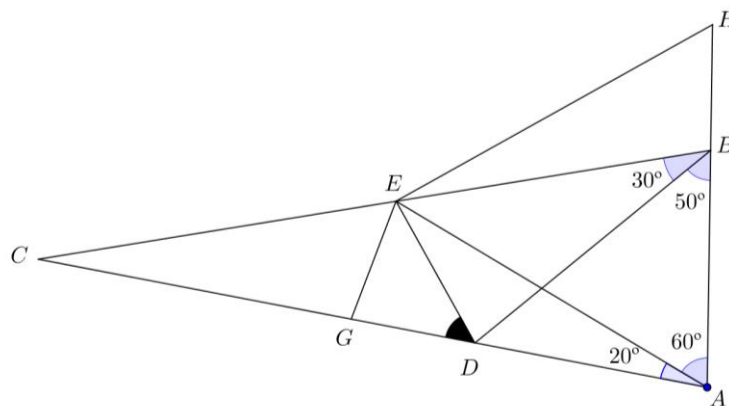


Na figura são dados 4 ângulos, sendo uma tarefa fácil determinar muitos outros.

Verificará ainda, que existem na figura alguns triângulos isósceles. O desafio é achar o valor da amplitude do ângulo  $CDE$  recorrendo exclusivamente à geometria euclidiana.

### Resolução

Começemos por traçar os segmentos  $BH$ ,  $EH$  e  $GE$ , de tal forma que o triângulo  $[AEH]$  seja equilátero e o triângulo  $[AEG]$  seja isóscele com  $AG = AE$ .

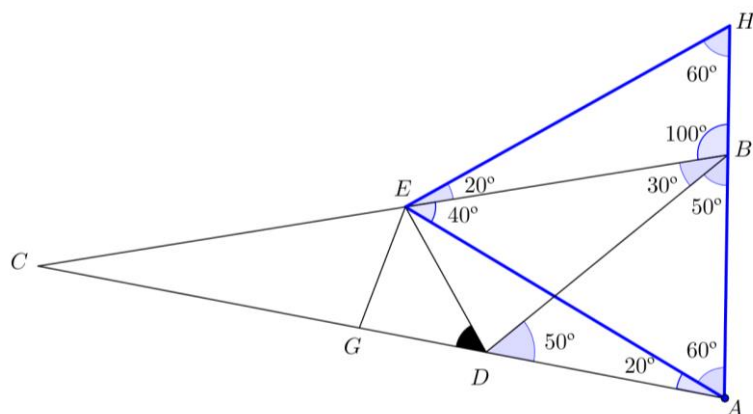


Agora, utilizando as propriedades:

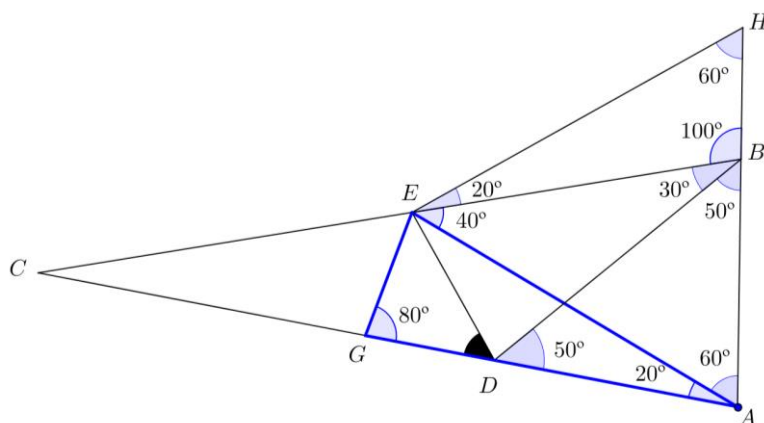
- A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$
- Um ângulo raso tem amplitude  $180^\circ$
- As amplitudes dos ângulos internos de um triângulo equilátero medem  $60^\circ$
- Num triângulo isósceles, aos lados iguais opõem-se ângulos iguais

poderemos determinar o ângulo em falta.

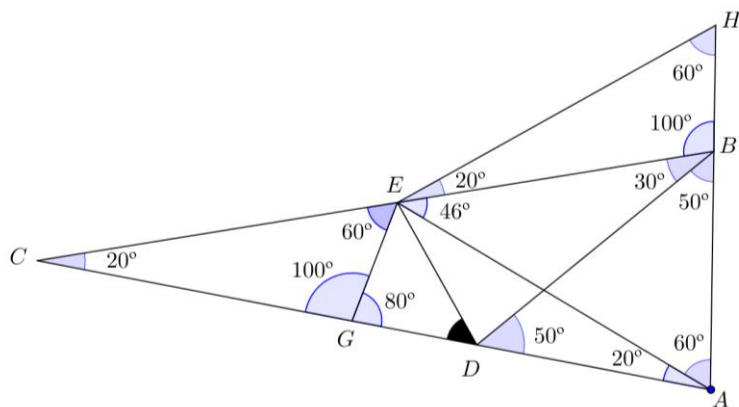
Olhando para a nova figura podemos completar com mais alguns ângulos.



O triângulo  $[AEH]$  é equilátero, logo as amplitudes dos ângulos internos são iguais e medem  $60^\circ$ .



O triângulo  $[AEG]$  é isósceles com  $AG = AE$ , logo as amplitudes dos ângulos internos  $\angle AGE = \angle AEG = 80^\circ$ .



O triângulo  $[AEC]$  é isósceles o que significa que  $AE = CE$  o que permite também concluir que  $AE = CE$ , visto o triângulo  $[AEH]$  ser equilátero. Por outro lado os triângulos  $[CEG]$  e  $[BEH]$

têm ângulos de iguais amplitudes, assim podemos afirmar que são congruentes, o que nos leva a concluir que  $GE = BH$ .

O triângulo  $[AGE]$  é isósceles e  $[AEH]$  é equilátero, logo  $AG = AH$  e como  $[ABD]$  também é isósceles (ver amplitudes dos ângulos), temos que  $AD = AB$ , logo  $DG = BH$ , o que permite concluir que o triângulo  $[DEG]$  é isósceles e portanto o ângulo procurado terá amplitude igual a  $50^\circ$ .