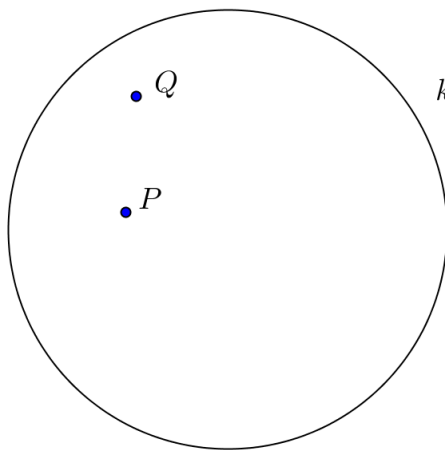


Triângulos inscritos

de *Como Resolver Problemas Matemáticos*, Terence Tao

Seja k uma circunferência com P e Q pontos distintos no seu interior.

Inscra, se possível, um triângulo retângulo em k de modo a que um dos catetos contenha P e o outro contenha Q .



Indique uma condição necessária e suficiente para que o problema:

- i. Seja possível
- ii. Tenha uma só solução
- iii. Tenha duas soluções

Poderá este problema ter mais de duas soluções?

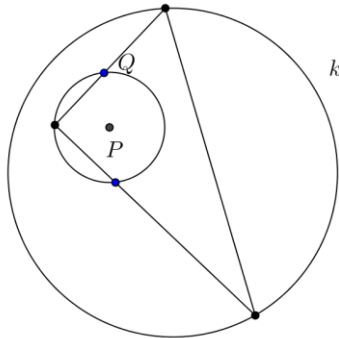
Sugestão: Resolva em ordem ao vértice do ângulo reto

Resolução

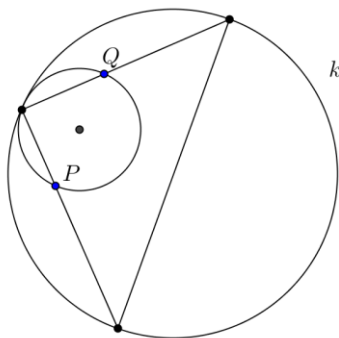
Para que o triângulo inscrito seja retângulo a hipotenusa será obrigatoriamente um diâmetro da circunferência. Por outro lado cada um dos catetos deverá conter cada uma dos pontos P e Q . Como os catetos terão de formar um ângulo reto, significa que o ângulo ficará inscrito numa circunferência de centro no ponto médio de P e Q e com \overline{PQ} como diâmetro.

Apenas haverá solução quando a circunferência de centro no ponto médio de P e Q e com \overline{PQ} como diâmetro intersestar a circunferência k . No caso de intersestar em dois pontos, haverá duas

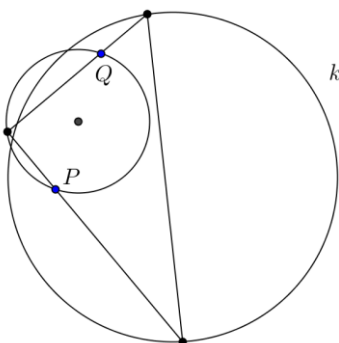
soluções, nunca haverá mais de duas soluções pois não é possível as duas circunferências intersectarem-se em mais de dois pontos.



O problema não tem solução. A circunferência que passa por P e Q não intersecta k .



O problema tem uma solução. A circunferência que passa por P e Q intersecta k num único ponto.



O problema tem duas soluções. A circunferência que passa por P e Q intersecta k em dois pontos.