

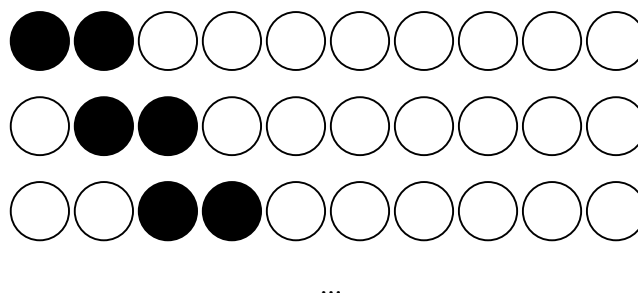
Pulseira de pérolas

- Francisco... Francisco, arranja-me a pulseira. – E a irmã entregou-lhe um fio e 10 esferas a imitar pérolas. Eram 8 brancas e 2 pretas, cada uma com um pequeno furo para passar o fio.
 - És incrível! Rebentas o fio todos os dias...
 - Prometo que não volta a acontecer. É só mais esta vez.
 - O Francisco começou a enfiar as pérolas no fio, mas ao contrário de outras vezes, a irmã mostrou-se bastante exigente.
 - Não! Assim não... começa com a pérola preta! Não!... Coloca antes as duas pérolas pretas no meio. Não...
 - Pára! Tens de te decidir. É que existem imensas possibilidades para combinar todas as pérolas e por este andar nunca mais sairemos daqui.
- A irmã decidiu-se por uma combinação, mas o Francisco ficou a pensar de quantas formas poderia colocar as pérolas de modo a obter pulseiras com aspetos diferentes.
- Quantas serão essas possibilidades?



Resolução

Numa primeira abordagem ficamos com a ideia que serão muitas as possibilidades distintas de colocar as pérolas. Contudo, não podemos esquecer que ao unir as duas pontas do fio, várias dessas possibilidades originam pulseiras com o mesmo aspeto. Por exemplo:



Desta forma, para determinar o número de pulseiras realmente diferentes deveremos contabilizar:

- Zero pérolas brancas entre as duas pretas;
- Uma pérola branca entre as duas pretas;
- Duas pérolas brancas entre as duas pretas;
- Três pérolas brancas entre as duas pretas;
- Quatro pérolas brancas entre as duas pretas.

A situação seguinte, de cinco pérolas brancas entre as duas pretas já não será contabilizado pois teríamos:



Que corresponde à situação de três pérolas brancas entre as duas pretas. Desta forma poderemos concluir que serão apenas 5 pulseiras diferentes que se podem formar nestas condições.

Poderemos generalizar este problema para o caso de existirem k pérolas brancas e duas pérolas pretas.

$$\text{Número de pulseiras} = \begin{cases} \frac{k}{2} + 1 & \text{se } k \text{ par} \\ \frac{k-1}{2} + 1 & \text{se } k \text{ ímpar} \end{cases}$$