

Trabalhos forçados

No dia em que os pais do Francisco fazem anos de casados é costume ficarem num hotel, deixando os filhos em casa com uma listagem de tarefas para cumprirem.

A parte problemática da questão é que o Francisco e as duas irmãs não se entendem quanto à divisão dessas tarefas.

– Eu posso ir ver a caixa do correio! – prontificou-se o Francisco.

– Nem penses! E estás à espera que em troca eu faça o almoço... - ironizou a Beatriz.

– Eu posso regar o jardim, mas vocês aspiram a casa... – sugeriu a Joana.

Mas as intervenções deste tipo só serviam para aumentar a confusão: porque regar o jardim era mais fácil do que..., porque lavar o carro era pior do que... Ninguém se entendia.

– Calma! – sugeriu o Francisco. – Já vimos que assim não chegamos a lado nenhum! Temos 10 tarefas, de 1) a 10), para distribuir entre nós e essas tarefas não têm o mesmo grau de dificuldade, portanto, é impossível chegar a um consenso. E que tal tentar reparti-las de modo que nenhum de nós se sinta prejudicado?...

– Isso era o ideal! – concordou a Beatriz. – Mas é isso que estamos a tentar fazer...

– Não é bem assim! Diz antes que cada um de nós está a tentar escolher as tarefas mais fáceis! Estou a pensar num processo que permita dividir as tarefas de modo que nenhum de nós possa queixar-se...

– Mas isso é impossível. Ainda não dividimos nenhuma e já todos nos queixamos – observou a Joana. – O melhor é sortear as tarefas, como fazemos todos os anos...

– Nem pensar! – explodiu a Beatriz. – Com o azar que habitualmente tenho, fico com todas as tarefas difíceis. Mais vale cada um escolher uma tarefa até esgotar as tarefas.

– Eu não quero ser a primeira a escolher! – anunciou a Joana, perspicaz.

Rapidamente todos perceberam que a Joana tinha razão. O primeiro a escolher seria o mais prejudicado. Voltava tudo à estaca zero.

– Pois eu penso que é possível dividir as tarefas de modo que nenhum de nós possa contestar a divisão de tarefas que for feita. E não estou a falar de sorteio...

A Joana e a Beatriz olharam-se surpreendidas. Valia a pena ouvir o que o Francisco tinha para dizer.



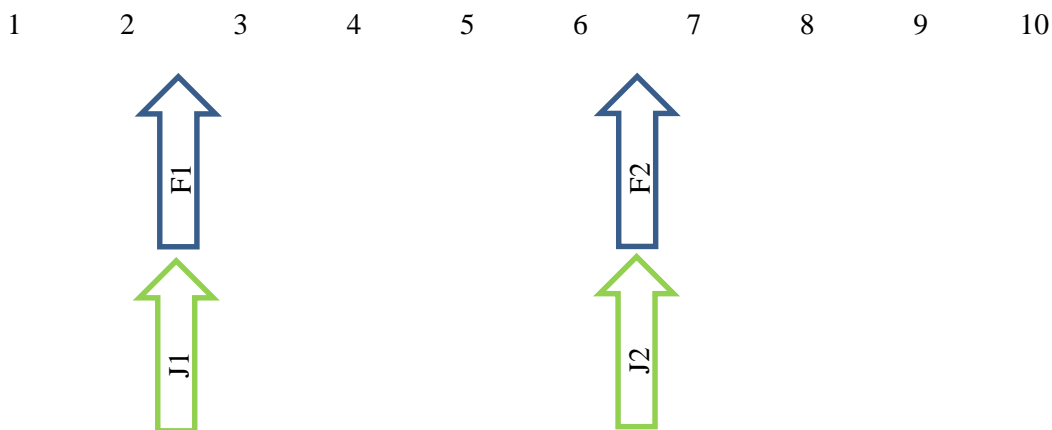
Resolução

A hipótese de cada um escolher uma tarefa até se esgotarem todas não será de todo a melhor solução pois quem escolher em primeiro lugar ficará com mais uma tarefa, que tudo indica seria a mais difícil de todas, por isso ficaria para último, a Joana tem razão.

Para isso as tarefas podem ser alinhadas pela ordem que os pais as identificaram. Dois dos irmãos deverão utilizar dois marcadores para poder dividir as tarefas em três grupos (número de irmãos) da forma mais justa que considerem. Esta divisão deve ser feita em segredo para que nenhum seja influenciado pelos restantes.

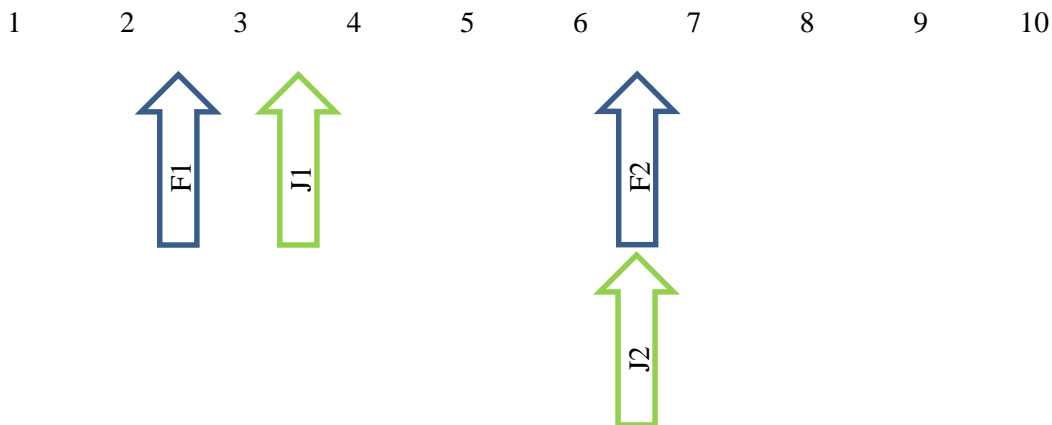
Consideremos as divisões:

1. As divisões feitas pelos dois irmãos coincidem



F1 e F2 representam as divisões feitas pelo Francisco, J1 e J2 as divisões feitas pela Joana. Nesta situação a Beatriz deverá escolher em primeiro lugar de forma a não considerar que ficou prejudicada e depois o Francisco fica com o primeiro grupo depois da Beatriz escolher e a Joana com o restante, que segundo a divisão consideram ser equivalentes.

2. As divisões feitas pelos dois irmãos diferem apenas num “corte”



Os grupos a serem considerados para dividir serão

Grupos	Tarefas
G1	1-2
G2	3-6
G3	7-10

- Se a Beatriz escolher G1, o Francisco ficará com o G2 e a Joana com o G3, que foram divididos por eles;
- Se a Beatriz escolher G2, o Francisco ficará com o G1 e a Joana com o G3, que foram divididos por eles;
- Se a Beatriz escolher G3, o Francisco ficará com o G2 (foi dividido por ele) e a Joana com o G1 que tem menos tarefas que as que ela tinha considerado, logo também ficará satisfeita.

No caso da primeira divisão do Francisco e da Joana estarem trocadas, o raciocínio deverá ser análogo.

3. As divisões feitas pelos dois irmãos diferem em todos os cortes. Nesta situação deveremos ter o cuidado de analisar 3 novas situações:

3.1. As divisões do Francisco encontram-se à esquerda das divisões da Joana

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

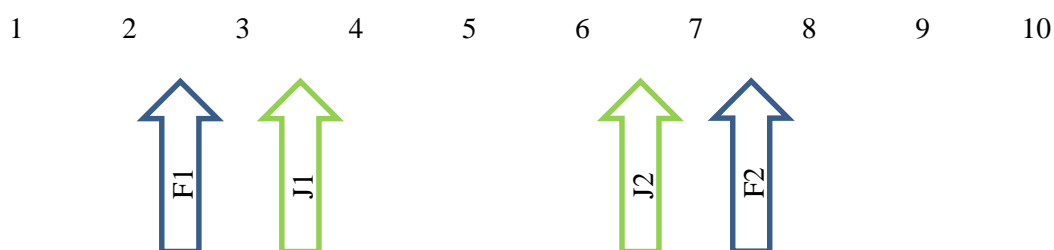


Os grupos a serem considerados para dividir serão

Grupos	Tarefas
G1	1-3
G2	4-6
G3	7-10

- Se a Beatriz escolher G1, o Francisco ficará com o G3 (divisão feita por ele) e a Joana ficará com o G2 (tem menos tarefas do que as que ela tinha considerado), logo também não ficará chateada;
- Se a Beatriz escolher G2, o Francisco ficará com o G3 e a Joana com o G1, que foram divididos por eles;
- Se a Beatriz escolher G3, o Francisco ficará com o G2 (tem menos tarefas do que as que ele considerou na divisão) e a Joana ficará com o G1 (divisão feita por ela).

3.2. Uma das divisões do Francisco encontra-se à esquerda e outra à direita das divisões da Joana



Os grupos a serem considerados para dividir serão

Grupos	Tarefas
G1	1-3
G2	4-7
G3	8-10

- Se a Beatriz escolher G1, o Francisco ficará com o G2 (tem menos tarefas do que as que ele tinha considerado) e a Joana ficará com o G3 (tem menos tarefas do que as que ela tinha considerado), logo todos ficarão satisfeitos;
- Se a Beatriz escolher G2, o Francisco ficará com o G3 e a Joana com o G1, que foram divididos por eles;
- Se a Beatriz escolher G3, o Francisco ficará com o G2 (tem menos tarefas do que as que ele considerou) e a Joana ficará com o G1 (divisão feita por ela).

3.3. As divisões do Francisco encontram-se ambas à esquerda das divisões da Joana



Os grupos a serem considerados para dividir serão

Grupos	Tarefas
G1	1-2
G2	3-6
G3	7-10

- Se a Beatriz escolher G1, o Francisco ficará com o G3 (tem menos tarefas do que as que ele tinha considerado) e a Joana ficará com o G2 (tem menos tarefas do que as que ela tinha considerado), logo todos ficarão satisfeitos;
- Se a Beatriz escolher G2, o Francisco ficará com o G3 (tem menos tarefas do que as que ele tinha considerado) e a Joana ficará com o G1 (tem menos tarefas do que as que ela tinha considerado), logo todos ficarão satisfeitos;
- Se a Beatriz escolher G3, o Francisco ficará com o G1 (divisão feita por ele) e a Joana ficará com o G2 (tem menos tarefas do que as que ela tinha considerado).

Em qualquer dos casos considerados, a Beatriz não se poderá sentir prejudicada pois acabou por escolher sempre em primeiro lugar e nenhum dos outros dois irmãos ficará insatisfeito, pois na pior das hipóteses, ficaram com o grupo de tarefas que consideraram na divisão das tarefas.