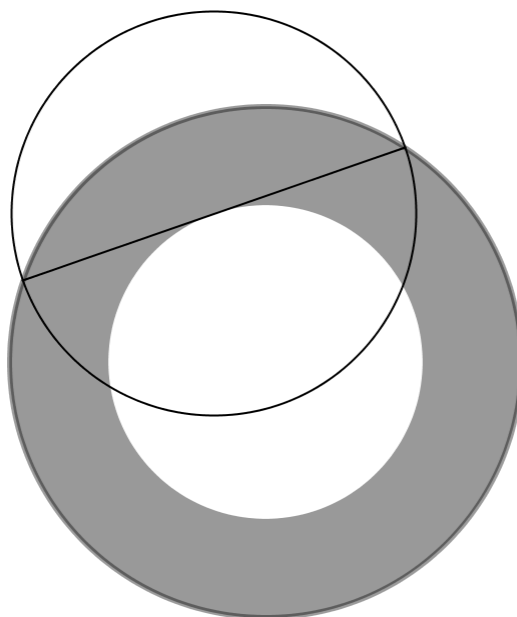


A fantástica pista de corridas

adaptado de *Fascínios da Matemática, a descoberta da matemática que nos rodeia*, Theoni Pappas

Consideremos uma pista de corridas circular, de qualquer tamanho, formada por dois círculos concêntricos (exemplificado na figura).

Qual a relação entre a área da pista e a área do círculo cujo diâmetro é a corda do círculo maior tangente ao círculo menor?



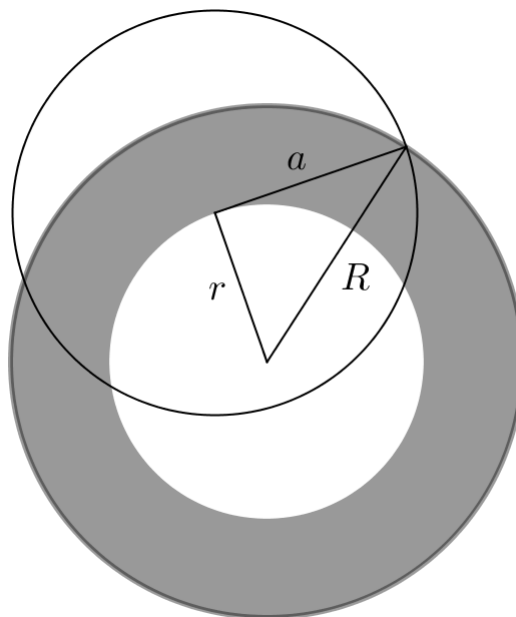
Resolução

Uma vez que não existem medidas para poder calcular com exatidão as áreas, vamos considerar que o raio do círculo maior é R e o raio do círculo menor é r .

Como a área de um círculo é obtida através de $\pi \times \text{raio}^2$, a área da pista é dada por $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$ (área do círculo maior menos a área do círculo menor)

Para determinar a área do círculo que tem o diâmetro da corda da circunferência maior que é tangente à circunferência menor, temos de perceber qual será o seu raio.

Sabemos que uma reta tangente a uma circunferência é sempre perpendicular ao seu raio, assim o triângulo representado na figura abaixo é retângulo e o lado representado por a é o raio do círculo que procuramos.



Podemos então escrever:

$$R^2 = a^2 + r^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = R^2 - r^2$$

Desta forma, a área do círculo será dada por:

$$\text{área} = \pi a^2 = \pi (R^2 - r^2)$$

Concluimos então que as áreas são iguais.