

Números repetidos

adaptado de *Olimpiadas Populares y concursos nacionales 05-06 (Cuba)*

Quantos números entre 1 e 2006 se podem escrever utilizando exatamente dois dígitos diferentes?

Por exemplo, 1919 cumpre a condição e 1231 não cumpre.



Resolução

Será mais simples descobrir todos os números se considerarmos vários grupos de números.

- Números com um algarismo: Não faz sentido contabilizar pois os números devem ter dois dígitos.
- Números com dois algarismos (10-99): existem 90 números mas 9 deles têm os algarismos iguais, existem 81 que cumprem a condição.
- Números com 3 algarismos:
Podem ser da forma:
 $a a b$; $a b a$; $b a a$
os números que cumprem a condição são $9 \times 9 \times 3 = 243$
- Números com três algarismos (1000-1999):
 $11aa$; $1a1a$; $1aa1$; $111a$; $11a1$; $1a11$; $1aaa$
 $9 \times 7 = 63$
- Números com três algarismos (2000-2006): existem 2, o 2000 e o 2002

Total de números: $81 + 243 + 63 + 2 = 389$