

Prova Escrita de Matemática B

11.º/12.º Anos de Escolaridade

Prova 735/1.ª Fase

11 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2009

COTAÇÕES

GRUPO I	30 pontos
1.	10 pontos
2.	20 pontos
GRUPO II	80 pontos
1.	15 pontos
2.	15 pontos
3.	30 pontos
3.1.	15 pontos
3.2.	15 pontos
4.	20 pontos
GRUPO III	20 pontos
GRUPO IV	30 pontos
1.	15 pontos
2.	15 pontos
GRUPO V	40 pontos
1.	20 pontos
2.	20 pontos
TOTAL	200 pontos

A classificação da prova deve respeitar integralmente os critérios gerais e específicos a seguir apresentados

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada item é obrigatoriamente:

- um número inteiro;
- um dos valores resultantes da aplicação dos critérios gerais e específicos de classificação e previstos na respectiva grelha de classificação.

As respostas que se revelem ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de um item, o mesmo pode ser classificado se, pela resposta apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser apenas considerada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação destes itens apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

Nos itens que apresentam critérios específicos de classificação organizados por níveis de desempenho é atribuída, a cada um desses níveis, uma única pontuação. No caso de, ponderados todos os dados contidos nos descritores, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. É classificada com zero pontos qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina.

Nos itens de resposta aberta com cotação igual ou superior a 20 pontos que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos.

Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação de um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual, eventualmente, se subtraem um ou dois pontos, de acordo com o previsto na situação 12.
2. Classificação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
3. Classificação de um item ou de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto nas situações 7, 8 e/ou 16.
4. Utilização de processos de resolução não previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
6. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permite perceber, inequivocamente, que a etapa foi percorrida, a mesma é classificada com a cotação total para ela prevista.
7. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à classificação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira da metade da cotação prevista.
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à classificação da etapa em que o erro ocorre.
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

Situação	Classificação
10. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	<p>A etapa é classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>As etapas subsequentes são classificadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a classificação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
11. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à classificação da etapa; caso contrário a classificação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
12. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
13. A apresentação do resultado final não respeita a forma solicitada. [Exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e o examinando apresenta-o em metros.]	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros».]	A etapa relativa à apresentação do resultado final é classificada com a cotação total para ela prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto:</p> <ul style="list-style-type: none"> – se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade quando, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas», por razões de simplificação da apresentação.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. 10 pontos

A resposta a este item deve ser classificada de acordo com os seguintes níveis de desempenho.

Determina as coordenadas do ponto simétrico de C , relativamente ao eixo das abcissas, $(2, 2)$ 10 pontos

Determina as coordenadas do ponto simétrico de C , relativamente ao eixo das ordenadas, $(-2, -2)$

Ou

Determina as coordenadas do ponto simétrico de C , relativamente à origem do referencial, $(-2, 2)$ 5 pontos

Apresenta as coordenadas do ponto C e não determina as coordenadas do ponto simétrico de C , ou determina-as incorrectamente, de forma não prevista nos descritores anteriores 2 pontos

Outras situações 0 pontos

2. 20 pontos

Determina a área de $[EFGH]$... (144) 2 pontos

Determina a área de $[ABCD]$... (12) 8 pontos

A área de $[ABCD]$ pode ser determinada por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Determinar a área de $[ABCD]$ como a soma das áreas de $[BDC]$ e $[DAB]$:

Determinar a área de $[BDC]$ 3 pontos

Determinar a área de $[DAB]$ 3 pontos

Determinar a soma das áreas 2 pontos

2.º Processo:

Determinar a área de $[ABCD]$, inscrevendo-o num polígono de maior área:

Determinar a área do polígono em que $[ABCD]$ está inscrito 3 pontos

Determinar a área não ocupada por $[ABCD]$ nesse polígono 3 pontos

Determinar a diferença entre as duas áreas 2 pontos

Determina o quociente pedido $\left(\frac{1}{12} \text{ ou equivalente}\right)$ (ver nota)..... 8 pontos

Justifica que o número obtido é racional 2 pontos

Nota: Se o examinando responder 12, ou equivalente, esta etapa deve ser classificada com 6 pontos.

GRUPO II

1. 15 pontos

A resposta a este item deve ser classificada de acordo com os seguintes níveis de desempenho.

Determina o valor de $P(X > 10) \approx 16\%$	15 pontos
Determina o valor de $P(X > 12)$	12 pontos
Determina o valor de $P(X < 10)$	12 pontos
Determina o valor de $P(6 < X < 10)$	9 pontos
Determina o valor de $P(X < 12)$	7 pontos
Determina o valor de $P(4 < X < 12)$	6 pontos
Determina o valor de $P(2 < X < 14)$	3 pontos
Outras situações	0 pontos

2. 15 pontos

Substitui x por 100 na equação	5 pontos
Calcula o valor de y	8 pontos
Apresenta o resultado pedido ... (21, 26)	2 pontos

3. 30 pontos

3.1. 15 pontos

Escreve a expressão $\frac{h(3) - h(0)}{3 - 0}$ (ou equivalente) (**ver nota**)... 5 pontos

Indica $h(3) = 32,775$ 3 pontos

Indica $h(0) = 94,8$ 3 pontos

Conclui que $tvm\ h_{[0; 3]} \approx -20,7$ 4 pontos

Nota: Se o examinando se limitar a escrever a expressão $\frac{h(b) - h(a)}{b - a}$ (ou equivalente), esta etapa deve ser classificada com 2 pontos.

3.2. 15 pontos

Descrição correcta, no contexto da situação, do que aconteceu
no instante $t = 5,4$ (**ver nota**) 6 pontos

Nota: Exemplo de resposta: «o instante $t = 5,4$ é aquele em que a águia captura a presa.»
Se o examinando se limitar a referir que o instante é aquele em que a águia atinge, no seu
voo, a distância mínima ao solo, devem ser atribuídos, nesta etapa, quatro pontos.

Justificação 9 pontos

A justificação apresentada deve ser classificada de acordo com os
seguintes níveis de desempenho (**ver nota**):

– refere que a taxa de variação instantânea no instante
 $t = 5,4$ muda de sinal **negativo** para sinal **positivo**, e
conclui que a função h atinge um mínimo nesse instante
(**ver nota**).

..... 9 pontos

– refere que a taxa de variação instantânea no instante
 $t = 5,4$ muda de sinal, e conclui que a função h atinge um
mínimo nesse instante.

..... 6 pontos

– refere que a taxa de variação instantânea no instante
 $t = 5,4$ muda de sinal **positivo** para sinal **negativo**, e
conclui que a função h atinge um máximo nesse instante.

..... 4 pontos

– refere que a taxa de variação instantânea no instante
 $t = 5,4$ muda o sinal **negativo** para sinal **positivo**, e não
conclui que a função h atinge um mínimo nesse instante.

..... 2 pontos

– Outras situações 0 pontos

Nota: A relação entre o sinal da taxa de variação e a monotonia da função pode ser apresentada
através de um quadro.

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

«A afirmação I) é falsa, porque, quando foram plantadas, as árvores das espécies *P* e *C* tinham, respectivamente, 0,74 m e 1,54 m, aproximadamente, pelo que a diferença entre as alturas das duas árvores era de 0,8 m e não de 1,1 m.

A afirmação II) é falsa, porque a abcissa do ponto de intersecção dos gráficos das duas funções tem um valor aproximado de 6,3 anos e é a partir desse instante que a árvore da espécie *P* fica mais alta do que a árvore da espécie *C*.

A afirmação III) é verdadeira, pois, atendendo às expressões apresentadas, conclui-se que o gráfico da função *P* tem uma assíntota horizontal de equação $y = 10$ e que o gráfico da função *C* tem uma assíntota horizontal de equação $y = 6$. No contexto do problema, conclui-se que, com o decorrer do tempo, a altura da árvore da espécie *P* tenderá para 10 m, e a da espécie *C* para 6 m, pelo que a diferença de alturas tenderá para 4 m.»

Como o exemplo ilustra, a composição deve abordar os seguintes tópicos:

- uma razão que mostre que a afirmação I) é falsa;
- uma razão que mostre que a afirmação II) é falsa;
- uma razão que mostre que a afirmação III) é verdadeira (**ver nota**).

Na tabela seguinte, indica-se como deve ser classificado este item, de acordo com os níveis de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa descritos nos critérios gerais e com os níveis de desempenho no domínio específico da disciplina.

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa			Níveis*		
			1	2	3
Níveis**	3	A composição aborda, correctamente, os três tópicos.	18	19	20
	2	A composição aborda, correctamente, apenas dois tópicos.	12	13	14
	1	A composição aborda, correctamente, apenas um tópico.	6	7	8

* Descritores apresentados nos critérios gerais.

** Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é de zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Nota: Relativamente ao terceiro tópico da composição, a simples utilização de uma tabela não prova, por si, que a diferença de alturas entre as duas árvores tenda para 4 m.

GRUPO III

20 pontos

Indica a função objectivo ($L(x, y) = 1600x + 1200y$)	1 ponto
Indica as restrições	8 pontos
$3x + 2y \leq 24$	2 pontos
$5x + 5y \leq 45$	2 pontos
$y \leq 5$	2 pontos
$x \geq 0$	1 ponto
$y \geq 0$	1 ponto
Representa graficamente a região admissível	6 pontos
Representa correctamente $3x + 2y = 24$	2 pontos
Representa correctamente $5x + 5y = 45$	2 pontos
Representa correctamente $y = 5$	1 ponto
Assinala o polígono	1 ponto
Calcula o valor da função objectivo em cada um dos vértices da região admissível ou implementa o método gráfico	3 pontos
Conclui que devem ser produzidas 6 toneladas de <i>PPremium</i> e 3 toneladas de <i>PRegular</i>	2 pontos

GRUPO IV

1. 15 pontos

Regista os valores dos 3 cravos da pata dianteira esquerda (1.º, 2.º e 8.º), referidos no enunciado 3 pontos

Calcula o valor de cada um dos 5 cravos restantes (2 pontos por cada um) 10 pontos

Calcula a soma 2 pontos

2. 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Reconhecer que se trata de uma progressão geométrica de razão igual a 2 e primeiro termo igual a 0,01 euros (ou 1 cêntimo) 7 pontos

Aplicar correctamente a fórmula da soma dos primeiros n termos de uma progressão geométrica 5 pontos

Concluir que é superior a 4 000 000 de euros 3 pontos

2.º Processo:

Construir uma tabela dos termos da sequência das somas 12 pontos

Concluir que é superior a 4 000 000 de euros 3 pontos

Nota: Se o examinando construir apenas uma tabela dos termos da progressão geométrica, esta etapa deve ser classificada com 5 pontos.

3.º Processo:

Calcular o valor do 30.º termo (ou do 31.º, ou do 32.º) 12 pontos

Concluir que é superior a 4 000 000 de euros 3 pontos

GRUPO V

1. 20 pontos

Estabelece $\cos \alpha = \frac{R}{R+h}$ 5 pontos

Resolve a equação em ordem a R 13 pontos

De $\cos \alpha = \frac{R}{R+h}$ obtém $R \cos \alpha + h \cos \alpha = R$ 5 pontos

De $R \cos \alpha + h \cos \alpha = R$ obtém $R (\cos \alpha - 1) = -h \cos \alpha$.. 5 pontos

De $R (\cos \alpha - 1) = -h \cos \alpha$ obtém $R = \frac{-h \cos \alpha}{\cos \alpha - 1}$ 3 pontos

Conclui que $\left(R = \frac{h \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \right)$ 2 pontos

2. 20 pontos

Substitui na expressão $R = \frac{h \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$ os valores pertinentes 10 pontos

$h = 2,35 \text{ km}$ 5 pontos

$\alpha = 1,5564^\circ$ 5 pontos

Calcula o valor de R ... (6367 km) 5 pontos

Indica a diferença dos valores obtidos pelos dois métodos

(6367 – 6316) ou (6316 – 6367) 3 pontos

Apresenta o resultado pedido (51 ou –51) 2 pontos