

## Proposta de Resolução da Prova Final de **Matemática**

---

3.º Ciclo do Ensino Básico

---

**Prova 92/1.ª fase**

---

6 páginas

---

2015

### Caderno 1

1.

1.1.

Número de casos possíveis: 25

Número de casos favoráveis:  $25 - 6 + 3 = 9$  (número de alunos com altura inferior a 155 cm)

$$P = \frac{9}{25} = 36\%$$

1.2.

$$\bar{x} = 158$$

$$\Leftrightarrow \frac{6 \times 150 + 3 \times 154 + 2 \times 156 + 10 \times 160 + 4 \times a}{25} = 158$$

$$\Leftrightarrow \frac{3274 + 4 \times a}{25} = 158$$

$$\Leftrightarrow 3274 + 4 \times a = 3950$$

$$\Leftrightarrow 4a = 676$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{676}{4}$$

$$\Leftrightarrow a = 169$$

O valor de  $a$  é 169 cm.

2.

$$\text{Área do terraço: } 400 \times 9 = 3600 \text{ dm}^2$$

$$\text{Área de cada uma dos 225 ladrilhos: } \frac{3600}{225} = 16 \text{ dm}^2$$

$$\text{Comprimento dos lados do ladrilho: } \sqrt{16} = 4 \text{ dm}$$

3.  $\sqrt{5}$  e  $\pi$  são números irracionais

$\sqrt{6,25} = 2,5$  e  $\sqrt[3]{125} = 5$  são números racionais

$$A \cap \mathbb{Q} = \{\sqrt{6,25}, \sqrt[3]{125}\}$$

Resposta (D)

4.

4.1. No triângulo  $[ABC]$ :

$[AC]$  é a hipotenusa

$[AB]$  é o cateto com maior comprimento

$[BC]$  é o cateto com menor comprimento

No triângulo  $[ABD]$ :

$[AB]$  é a hipotenusa

$[AD]$  é o cateto com maior comprimento

$[BD]$  é o cateto com menor comprimento

Assim, o lado  $[AB]$  do triângulo  $[ABD]$  corresponde ao lado  $[AC]$  no triângulo  $[ABC]$ .

4.2.  $A_{\text{sombreado}} = A_{\text{semicircunferência}} - A_{[ABC]}$

$$A_{\text{semicircunferência}} = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \times 5^2}{2} = \frac{25\pi}{2} = 39,27 \text{ cm}^2$$

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{BD}}{2} = \frac{10 \times 4}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{sombreado}} = A_{\text{semicircunferência}} - A_{[ABC]} = 39,27 - 20 = 19,27 \approx 19,3 \text{ cm}^2$$

5.

5.1.

$$V_{\text{sólido}} = 285$$

$$\Leftrightarrow V_{\text{cilindro}} + V_{\text{semiesfera}} = 285$$

Considerando a altura do cilindro como  $x$ , podemos escrever:

$$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \times \text{altura} = \pi r^2 \times x = 9\pi x = 28,27x \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{semiesfera}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2} = \frac{\frac{4}{3}\pi 27}{2} = \frac{36\pi}{2} = 56,55 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cilindro}} + V_{\text{semiesfera}} = 285$$

$$\Leftrightarrow 28,27x + 56,55 = 285$$

$$\Leftrightarrow 28,27x = 228,45$$

$$\Leftrightarrow x = 8,08$$

A altura do cilindro é 8,1 cm.

5.2. Resposta (D)

**Fim do Caderno 1**

**Caderno 2**

6.

$$\frac{3^{21} \times 3^{-7}}{(3^2)^5} = \frac{3^{21-7}}{3^{2 \times 5}} = \frac{3^{14}}{3^{10}} = 3^{14-10} = 3^4$$

7. Resposta (C)

8. A moda das classificações da Turma A é 5 (40%, maior percentagem).

A moda das classificações da Turma B é 4 (30%, maior percentagem).

O valor da mediana será na classificação onde se situará os 50%, considerando a frequência relativa acumulada:

A mediana das classificações da Turma A é 4.

A mediana das classificações da Turma B é 3.

Resposta (D)

9.

$$\begin{aligned}\frac{x(x-4)}{4} &= 9-x \\ \Leftrightarrow \frac{x^2-4x}{4} &= 9-x \\ \Leftrightarrow \frac{x^2-4x}{4} &= \frac{36-4x}{4} \\ \Leftrightarrow x^2-4x &= 36-4x \\ \Leftrightarrow x^2-4x+4x &= 36 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 36 \\ \Leftrightarrow x &= \pm\sqrt{36} \\ \Leftrightarrow x &= -6 \vee x = 6\end{aligned}$$

$$C.S. = \{-6, 6\}$$

10.

$$\begin{aligned}1-(3x-2) &< 4+x \\ \Leftrightarrow 1-3x+2 &< 4+x \\ \Leftrightarrow -3x-x &< 4-2-1 \\ \Leftrightarrow -4x &< 1 \\ \Leftrightarrow x &> \frac{1}{-4} \\ \Leftrightarrow x &> -\frac{1}{4}\end{aligned}$$

$$x \in \left]-\frac{1}{4}, +\infty\right[$$

11.

$$\begin{cases} x+y=96 \\ 2x+3y=260 \end{cases}$$

12.

12.1.  $f(2) = 4$

Constante de proporcionalidade  $\frac{4}{2} = 2$ , logo  $f(x) = 2x$

$$f(1) = 2 \times 1 = 2$$

12.2. Como  $f(2) = 4$ , então o ponto  $A = (2, 4)$  pertence à reta.

Como  $g(2) = 2^2 = 4$ , então o ponto  $A = (2, 4)$  pertence à parábola.

Resposta (A)

13.  $r$  não representa a função  $h$  pois têm declives diferentes,  $r$  tem um declive negativo (a reta é decrescente) e a função  $h$  tem declive igual a 1.

$s$  não representa a função  $h$  pois a ordenada na origem (quando a reta intersecta o eixo dos  $yy$ ) é negativa e a função  $h$  tem ordenada na origem igual a 2.

14. Como  $[ABC]$  é um triângulo retângulo, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras.

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 = (\sqrt{7})^2 + (a-2)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 = 7 + a^2 - 4a + 4$$

$$\Leftrightarrow a^2 - a^2 - 2a + 4a + 1 - 7 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a = 10$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{10}{2}$$

$$\Leftrightarrow a = 5$$

O valor de  $a$  é 5.

15. Resposta (B)

16.

16.1. Como a amplitude do arco  $AC$  é  $100^\circ$  então a amplitude do ângulo  $ABC$  é  $50^\circ$ , pois é um ângulo inscrito com o arco  $AC$ .

O triângulo  $[ABC]$  é isósceles, o que significa que as amplitudes dos ângulos  $CAB$  e  $BCA$  são iguais, em que o valor é  $\frac{180 - 50}{2} = \frac{130}{2} = 65^\circ$

16.2.

$$\text{Como } \tan \alpha = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\text{comprimento do cateto oposto}}{\text{comprimento do cateto adjacente}}$$

Assim a amplitude ao ângulo  $\alpha$  corresponde ao ângulo  $ABD$ .

**Fim do Caderno 2**

Bom trabalho!!

