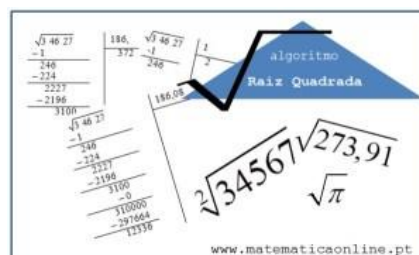


Algoritmo da raiz quadrada

Existem várias formas de nos aproximarmos do valor da raiz quadrada de um número. Uma delas, a *equação de Pell*, permite encontrar a parte inteira para de uma raiz quadrada de uma forma simples e rápida, apenas recorrendo à subtração de números inteiros ímpares e contando o número de operações efetuadas.



Exemplo 1

Qual a parte inteira da raiz quadrada de 32.

- 1°. $32 - 1 = 31$
- 2°. $31 - 3 = 28$
- 3°. $28 - 5 = 23$
- 4°. $23 - 7 = 16$
- 5°. $16 - 9 = 7$

Não se dá continuidade ao processo, uma vez que na próxima subtração o valor que se irá obter é negativo. Como foram feitas 5 subtrações, a parte inteira da raiz de 32 é 5.

Exemplo 2

Qual a parte inteira da raiz quadrada de 36?

- 1°. $36 - 1 = 35$
- 2°. $35 - 3 = 32$
- 3°. $32 - 5 = 27$
- 4°. $27 - 7 = 20$
- 5°. $20 - 9 = 11$
- 6°. $11 - 11 = 0$

O número de subtrações feitas foi 6, assim a parte inteira da raiz quadrada é 6 e como na última subtração o resultado foi zero, significa que 36 é um quadrado perfeito e a sua raiz é o valor 6.

Este método acaba por nos dar o valor da raiz quadrada quando se trata de quadrados perfeitos, caso contrário apenas ficamos a saber o valor da parte inteira da raiz quadrada de um número. Contudo, existem outros métodos que nos permitem obter melhores aproximações, como é o caso do próximo algoritmo. Algoritmo que permite calcular a raiz quadrada de qualquer número e com a aproximação desejada.

Vamos analisar o método através de alguns exemplos.

Exemplo 3

Como calcular o valor da raiz quadrada de 1225, isto é, $\sqrt{1225}$.

1. Começamos por dividir o número 1225, da direita para a esquerda, em classes de 2 algarismos.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{12 \ 25} & \end{array}$$

2. Calculamos mentalmente o número, cujo quadrado seja o valor mais próximo da classe da esquerda, mas nunca superior. No exemplo é o número 3, pois $3^2 = 9$, mas 4^2 já é superior a 12, colocamos esse número no espaço à direita.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{12 \ 25} & 3 \\ \hline \end{array}$$

3. Coloca-se o quadrado do número que encontramos debaixo da classe da esquerda e fazemos a subtração.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{12 \ 25} & 3 \\ -9 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

4. À direita da diferença escreve-se o seguinte grupo de algarismos (25) e debaixo de 3 escreve-se o seu dobro.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{12 \ 25} & 3 \\ -9 & 6 \\ \hline 325 & \end{array}$$

5. De 325, separa-se o algarismo da direita, 5, e divide-se o número à esquerda, 32, por 6, obtendo-se 5. Coloca-se este valor à direita de 6 e multiplica-se o número obtido pelo mesmo valor do quociente, o 5.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{12 \ 25} & 3 \\ - 9 & 65 \\ \hline 3 \ 25 & \times 5 \\ & \hline & 325 \end{array}$$

6. O produto obtido tem de ser menor ou igual ao número que se encontra à esquerda. Se for, efetua-se a subtração do número da esquerda pelo produto e aceita-se o 5 como o segundo número da raiz quadrada. Caso contrário temos de ir diminuindo o valor do quociente até encontrar um em que o produto seja inferior.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{12 \ 25} & 35 \\ - 9 & 65 \\ \hline 325 & \times 5 \\ - 325 & \hline 0 & 325 \end{array}$$

Logo, $\sqrt{1225} = 35$

Exemplo 4

Vamos testar agora o algoritmo com o cálculo de $\sqrt{34627}$.

1. Começamos por dividir o número 34627, da direita para a esquerda, em classes de 2 algarismos.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{3 \ 46 \ 27} & \\ & \hline \end{array}$$

2. Calculamos mentalmente o número, cujo quadrado seja o valor mais próximo da classe da esquerda, mas nunca superior. No exemplo é o número 1, pois $1^2 = 1$, mas $2^2 = 4$ já é superior a 3, colocamos esse número no espaço à direita.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{3 \ 46 \ 27} & 1 \\ & \hline \end{array}$$

3. Coloca-se o quadrado do número que encontramos debaixo da classe da esquerda e fazemos a subtração.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{3\ 46\ 27} & 1 \\ -1 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

4. À direita da diferença escreve-se o seguinte grupo de algarismos (46) e debaixo de 1 escreve-se o seu dobro.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{3\ 46\ 27} & 1 \\ -1 & 2 \\ \hline 246 & \end{array}$$

5. De 246, separa-se o algarismo da direita, 6, e divide-se o número à esquerda, 24, por 2, obtendo-se 12. Como o número obtido é superior a 9, vamos começar por considerar o 9, colocando-o à direita de 2 e multiplica-se o número obtido pelo mesmo valor considerado.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{3\ 46\ 27} & 1 \\ -1 & 29 \\ \hline 246 & \times 9 \\ & \hline & 261 \end{array}$$

Como o produto obtido é superior a 246, vamos descartar o número 9 e experimentar um número inferior, o 8.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{3\ 46\ 27} & 1 \\ -1 & 29\quad 28 \\ \hline 246 & \times 9\quad \times 8 \\ & \hline & 261\quad 224 \end{array}$$

Dado que 224 é inferior a 246, aceita-se o 8 como segundo número da raiz quadrada e efetua-se a subtração do número da esquerda pelo produto obtido.

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{3\ 46\ 27} & 18 \\
 -1 & 29\quad 28 \\
 \hline
 246 & \times 9\quad \times 8 \\
 -224 & \hline
 22 & 261\quad 224
 \end{array}$$

6. À direita da diferença escreve-se o próximo grupo de algarismos (27) e debaixo de 18 o seu dobro.

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{3\ 46\ 27} & 18 \\
 -1 & 36 \\
 \hline
 246 & \\
 -224 & \\
 \hline
 2227 &
 \end{array}$$

7. Tentamos agora encontrar um número que ao colocar à direita de 36 e multiplicando por esse número obtemos um produto igual ou inferior a 2227. Começemos por experimentar o 7.

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{3\ 46\ 27} & 18 \\
 -1 & 367 \\
 \hline
 246 & \times 7 \\
 -224 & \hline
 2227 & 2569
 \end{array}$$

Não serve o 7, pois 2569 é superior a 2227, tentemos agora com o 6.

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{3\ 46\ 27} & 18 \\
 -1 & 367\quad 366 \\
 \hline
 246 & \times 7\quad \times 6 \\
 -224 & \hline
 2227 & 2569\quad 2196
 \end{array}$$

Este número já deverá ser aceite pois é inferior a 2227, aceita-se o 6 como terceiro número da raiz quadrada e efetua-se a subtração do número da esquerda pelo produto obtido.

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{3\ 46\ 27} & 186, \\
 -1 & 367\quad 366 \\
 \hline
 246 & \times 7\quad \times 6 \\
 -224 & \hline
 2227 & 2569\quad 2196 \\
 -2196 & \\
 \hline
 31 &
 \end{array}$$

Desta forma, obtivemos a parte inteira da raiz quadrada que é 186, podemos continuar o processo para obter uma melhor aproximação, para isso vamos acrescentado 00 como o próximo grupo de números, à direita de 186 colocamos uma vírgula e por baixo o seu dobro.

$\begin{array}{r} \sqrt{3\ 46\ 27} \\ - 1 \\ \hline 246 \\ - 224 \\ \hline 2227 \\ - 2196 \\ \hline 3100 \end{array}$	$\begin{array}{r} 186, \\ \hline 372 \end{array}$
---	---

8. Tentamos agora encontrar um número que ao colocar à direita de 372 e multiplicando por esse número obtemos um produto igual ou inferior a 3100. Mas qualquer número que se coloque à direita de 372 fará com que fique superior a 3100, então a única solução será o 0.

$\begin{array}{r} \sqrt{3\ 46\ 27} \\ - 1 \\ \hline 246 \\ - 224 \\ \hline 2227 \\ - 2196 \\ \hline 3100 \\ - 0 \\ \hline 3100 \end{array}$	$\begin{array}{r} 186, \\ \hline 3720 \\ \times 0 \\ \hline 0 \end{array}$
---	--

Adicionamos o 0 ao valor da raiz e acrescentamos mais um grupo de 00.

$\begin{array}{r} \sqrt{3\ 46\ 27} \\ - 1 \\ \hline 246 \\ - 224 \\ \hline 2227 \\ - 2196 \\ \hline 3100 \\ - 0 \\ \hline 310000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 186,0 \\ \hline \end{array}$
---	--

9. Introduzimos o dobro de 1860 (não consideramos a vírgula) e voltamos a procurar um algarismo que ao colocar à direita de 3720 e multiplicando por esse algarismo dê um número igual ou inferior a 310000.

$\begin{array}{r} \sqrt{3\ 46\ 27} \\ - 1 \\ \hline 246 \\ - 224 \\ \hline 2227 \\ - 2196 \\ \hline 3100 \\ - 0 \\ \hline 310000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 186,0 \\ \hline 3720 \end{array}$
---	---

Verificamos que não serve o algarismo 9, mas 8 é o algarismo procurado.

$\begin{array}{r} \sqrt{3\ 46\ 27} \\ - 1 \\ \hline 246 \\ - 224 \\ \hline 2227 \\ - 2196 \\ \hline 3100 \\ - 0 \\ \hline 310000 \end{array}$	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;"> $\begin{array}{r} 186,0 \\ \hline 37209 \quad 37208 \\ \times 9 \quad \times 8 \\ \hline 334881 \quad 297664 \end{array}$ </td> <td></td> </tr> </table>	$\begin{array}{r} 186,0 \\ \hline 37209 \quad 37208 \\ \times 9 \quad \times 8 \\ \hline 334881 \quad 297664 \end{array}$	
$\begin{array}{r} 186,0 \\ \hline 37209 \quad 37208 \\ \times 9 \quad \times 8 \\ \hline 334881 \quad 297664 \end{array}$			

Acrescentamos 8 ao valor da raiz e subtraímos o produto ao número da esquerda.

$\begin{array}{r} \sqrt{3\ 46\ 27} \\ - 1 \\ \hline 246 \\ - 224 \\ \hline 2227 \\ - 2196 \\ \hline 3100 \\ - 0 \\ \hline 310000 \\ - 297664 \\ \hline 12336 \end{array}$	$\begin{array}{r} 186,08 \\ \hline \end{array}$
---	---

Desta forma obtemos o valor aproximado da raiz quadrada com erro inferior às centésimas, $\sqrt{34627} = 186,08$, pode-se dar continuidade ao algoritmo até obter a aproximação desejada.