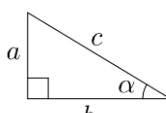


Relações num triângulo retângulo



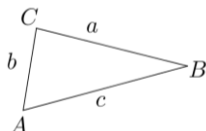
$$\sin \alpha = \frac{\text{comp. cateto oposto}}{\text{comp. hipotenusa}} \quad \cos \alpha = \frac{\text{comp. cateto adjacente}}{\text{comp. hipotenusa}} \quad \tan \alpha = \frac{\text{comp. cateto oposto}}{\text{comp. cateto adjacente}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha) \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha) \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}$$

Relações entre razões trigonométricas de um ângulo

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad 1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Lei dos senos (analogia dos senos)



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Lei dos cossenos (Teorema de Carnot)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Propriedades

- Se α é um ângulo agudo, $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$
- Se α é um ângulo reto, $\sin \alpha = 1$
- Se α é um ângulo obtuso, $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$

- Se α é um ângulo agudo, $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$
- Se α é um ângulo reto, $\cos \alpha = 0$
- Se α é um ângulo obtuso, $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$

Resolução de triângulos

Elementos conhecidos	Aplicar
LLL	Comprimentos dos três lados
LAL	Comprimento de dois lados e a amplitude do ângulo por eles formado
ALA ou LAA	Comprimentos de um lado e amplitude de dois ângulos

Lei dos cossenos (Teorema de Carnot)

Lei dos senos

Nota:

O caso em que são conhecidas a medida do comprimento de dois lados e a medida da amplitude do ângulo oposto a um desses lados pode conduzir à existência de duas soluções, esta situação resulta de não se tratar de uma caso de igualdade de triângulos.

Ângulo generalizado

Um **ângulo generalizado** é um par ordenado (α, n) , em que α é um ângulo orientado ou um ângulo nulo e k é um número inteiro, com $k \geq 0$ se α tiver orientação positiva e com $k \leq 0$ se α tiver orientação negativa.

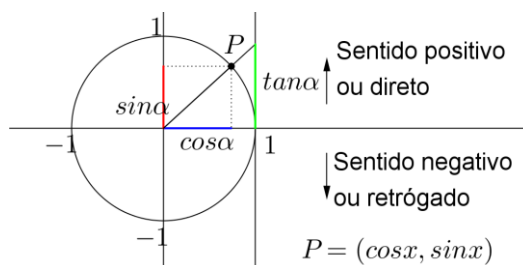
O ângulo orientado (α, n) pode ser interpretado como o resultado de rodar o lado extremidade $|k|$ voltas completas, no sentido determinado pelo sinal de k .

Amplitude do ângulo generalizado (α, n) como sendo $a + k \times 360^\circ$, onde a é a amplitude, em graus, do ângulo orientado ou ângulo nulo α .

Razões trigonométricas de alguns ângulos notáveis

α	$30^\circ / \frac{\pi}{6} \text{ rad}$	$45^\circ / \frac{\pi}{4} \text{ rad}$	$60^\circ / \frac{\pi}{3} \text{ rad}$
Senos	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cossenos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Círculo trigonométrico



Razões trigonométricas, variação e sinal nos 4 quadrantes

Graus – Radianos

	1º quadrante	2º quadrante	3º quadrante	4º quadrante
Senos	+	+	-	-
Cossenos	+	-	-	+
Tangente	+	-	+	-

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ$$

$$1 \text{ rad} \approx 57,2958^\circ$$

Relações entre razões trigonométricas

$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$	$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$	
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$
$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$	$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$	
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$	$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$	
$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{\tan \alpha}$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\frac{1}{\tan \alpha}$	$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{\tan \alpha}$	$\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\frac{1}{\tan \alpha}$

Função periódica

Uma função f , de domínio D_f , diz-se periódica de período P se e só se $\forall x \in D_f, x + P \in D_f$ e $f(x + P) = f(x)$

Ao menor período positivo de P de uma função periódica chama-se **período positivo mínimo** ou **período fundamental**.

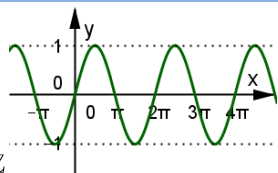
Equações trigonométricas

$\sin x = \sin \alpha$	$\cos(x) = \cos \alpha$	$\tan x = \tan \alpha$
$\Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \vee x = \pi - \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \vee x = -\alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	$\Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Função seno

$$f(x) = \sin x$$

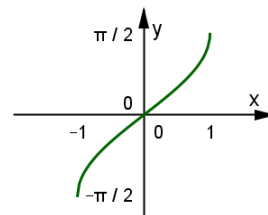
- **Domínio:** \mathbb{R}
- **Contradomínio:** $[-1, 1]$
- **Maximizantes:** $\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- **Minimizantes:** $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- **Zeros:** $k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- **Período:** 2π (Período, fundamental)
- **Simetrias:** Ímpar



Função inversa da função seno (arco-seno)

Arco-seno é a função inversa da restrição da função seno ao intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, representa-se por **arcsin**, nas calculadoras aparece representada por \sin^{-1} .

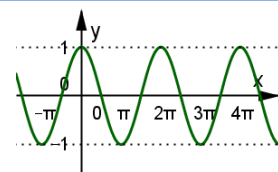
- **Domínio:** $[-1, 1]$
- **Contradomínio:** $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
- **Zeros:** 0



Função cosseno

$$f(x) = \cos x$$

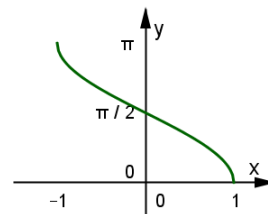
- **Domínio:** \mathbb{R}
- **Contradomínio:** $[-1, 1]$
- **Maximizantes:** $2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- **Minimizantes:** $\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- **Zeros:** $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- **Período:** 2π (Período, fundamental)
- **Simetrias:** Par



Função inversa da função cosseno (arco-cosseno)

Arco-cosseno é a função inversa da restrição da função cosseno ao intervalo $[0, \pi]$, representa-se por **arccos**, nas calculadoras aparece representada por \cos^{-1} .

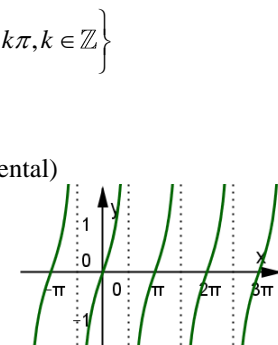
- **Domínio:** $[-1, 1]$
- **Contradomínio:** $[0, \pi]$
- **Zeros:** 1



Função tangente

$$f(x) = \tan x$$

- **Domínio:** $\mathbb{R} \setminus \left\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
- **Contradomínio:** \mathbb{R}
- **Zeros:** $k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- **Período:** π (Período, fundamental)
- **Simetrias:** Ímpar



Função inversa da função tangente (arco-tangente)

Arco-tangente é a função inversa da restrição da função tangente ao intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, representa-se por **arctan**, nas calculadoras aparece representada por \tan^{-1} .

- **Domínio:** \mathbb{R}
- **Contradomínio:** $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$
- **Zeros:** 0
- **Simetria:** Ímpar

