

# TESTE INTERMÉDIO - 11º ANO - MATEMÁTICA A

19 de Maio de 2006

## CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO - VERSÃO 4

---

### COTAÇÕES

**Grupo I ..... 63**

Cada resposta certa ..... 9  
Cada resposta errada..... 0  
Cada questão não respondida ou anulada ..... 0

**Grupo II ..... 137**

**1. .... 32**

1.1. ....20

1.2. ....12

**2. .... 25**

**3. .... 20**

**4. .... 60**

4.1. ....20

4.2. ....40

4.2.1. ....25

4.2.2. ....15

**TOTAL ..... 200**

## Grupo I

Deverão ser anulados todos os itens com resposta de leitura ambígua (letra confusa, por exemplo) e todos os itens em que o aluno dê mais do que uma resposta.

As respostas certas são as seguintes:

| Itens     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|
| Respostas | B | A | A | C | B | D | D |

## Grupo II

### Critérios gerais

1. Se o aluno se enganar na identificação do item a que está a responder, ou se a omitir, mas, pela resolução apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente, a resposta deve ser vista e classificada.
2. Se o aluno apresentar mais do que uma resposta a um item, e não indicar, de forma inequívoca, a que pretende que seja classificada, deve ser vista e classificada apenas a que se encontra em primeiro lugar, na folha de resposta.
3. As cotações a atribuir às respostas dos alunos são expressas obrigatoriamente em números inteiros.
4. Num item em que a respectiva resolução exija cálculos e/ou justificações, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o seguinte critério:
  - Se o aluno se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser de 0 (zero) pontos.
  - Se o aluno não se limitar a apresentar o resultado final, a cotação deve ser a soma algébrica das cotações atribuídas a cada etapa, de acordo com o disposto nos pontos 6, 7, 8 e 9 destes critérios gerais, e das desvalorizações previstas nos pontos 10 e 11 destes critérios gerais. Se a soma for negativa, a cotação a atribuir é de 0 (zero) pontos.
5. Alguns itens da prova podem ser correctamente resolvidos por mais do que um processo. Sempre que o aluno utilizar um processo de resolução não contemplado nos critérios específicos, caberá ao professor classificador adoptar um critério de distribuição da cotação que julgue adequado e utilizá-lo em situações idênticas. Salienta-se que deve ser aceite qualquer processo cientificamente correcto, mesmo que envolva conhecimentos não contemplados no programa da disciplina.

- 6.** A cotação de cada item está subdividida pelas etapas que o aluno deve percorrer para o resolver.

**6.1.** Em cada etapa, a cotação indicada é a máxima a atribuir.

**6.2.** O classificador não pode subdividir, em cotações parcelares, a cotação atribuída a cada etapa.

Caso uma etapa envolva um único passo, testando apenas o conhecimento de um só conceito ou propriedade, e a sua resolução não esteja completamente correcta, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos.

Caso uma etapa envolva mais do que um passo (por exemplo, o cálculo da derivada de uma função, a resolução de uma equação, a obtenção de uma expressão em função de uma variável, etc.) e a sua resolução esteja incompleta, ou contenha incorrecções, a cotação a atribuir deve estar de acordo com o grau de incompletude e/ou a gravidade dos erros cometidos. Por exemplo:

- erros de contas ocasionais devem ser desvalorizados em um ponto;
- erros que revelem desconhecimento de conceitos, regras ou propriedades devem ser desvalorizados em, pelo menos, metade da cotação da etapa;
- transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em um ponto, desde que o grau de dificuldade da etapa não diminua;
- transposições erradas de dados do enunciado devem ser desvalorizadas em, pelo menos, metade da cotação da etapa, caso o grau de dificuldade da etapa diminua.

**6.3.** Nas etapas cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho, o classificador deve enquadrar a resposta do aluno numa das descrições apresentadas. O classificador não pode atribuir uma cotação diferente das indicadas.

**6.4.** No caso de o aluno cometer um erro numa das etapas, as etapas subsequentes devem merecer a respectiva cotação, desde que o grau de dificuldade não tenha diminuído, e o aluno as execute correctamente, de acordo com o erro que cometeu.

**6.5.** Caso o aluno cometa, numa etapa, um erro que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes, cabe ao classificador decidir a cotação máxima a atribuir a cada uma destas etapas. Em particular, se, devido a um erro cometido pelo aluno, o grau de dificuldade das etapas seguintes diminuir significativamente, a cotação máxima a atribuir a cada uma delas não deverá exceder metade da cotação indicada.

**6.6.** Pode acontecer que o aluno, ao resolver um item, não percorra explicitamente todas as etapas previstas nos critérios específicos. Todas as etapas não percorridas explicitamente pelo aluno, mas cuja utilização e/ou conhecimento estejam inequivocamente implícitos na resolução do item, devem receber a cotação indicada.

7. Quando, num item, é pedida uma forma específica de apresentação do resultado final (por exemplo, "em minutos", "em percentagem", etc.), este deve ser apresentado na forma pedida. Se o resultado final apresentado pelo aluno não respeitar a forma pedida no enunciado (por exemplo, se o enunciado pedir o resultado em minutos, e o aluno o apresentar em horas), devem ser atribuídos 0 (zero) pontos à etapa correspondente ao resultado final. No entanto, a cotação não deve ser desvalorizada caso o aluno não indique a unidade em que é pedido o resultado (por exemplo, se o resultado final for 12 minutos, ou 12 metros, e o aluno escrever simplesmente 12, não se deve aplicar nenhuma desvalorização). Se não for pedida aproximação para o resultado final, o aluno deve apresentar o valor exacto. Se o aluno apresentar, como resultado final, uma aproximação do valor exacto, deve ser aplicada uma desvalorização de 1 ponto na cotação a atribuir à etapa correspondente ao resultado final.
8. O aluno deve respeitar sempre a instrução relativa à apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações. Se, numa etapa, o aluno não respeitar esta instrução, apresentando algo (valor, quadro, tabela, gráfico, etc.) que não resulte de trabalho anterior, deve ser atribuída a cotação de 0 (zero) pontos a essa etapa. Todas as etapas subsequentes que dela dependam devem ser igualmente cotadas com 0 (zero) pontos.
9. O aluno deve respeitar sempre qualquer instrução relativa ao método a utilizar na resolução de um item (por exemplo, "sem recorrer à calculadora", "equacione o problema", "resolva graficamente", etc.). Na resolução apresentada pelo aluno, deve ser inequívoco, pela apresentação de todos os cálculos e de todas as justificações, o cumprimento da instrução. Se tal não acontecer, considera-se que o aluno não respeitou a instrução. A etapa em que se dá o desrespeito, bem como todas as subsequentes que dela dependam devem ser cotadas com 0 (zero) pontos.
10. Se, na resolução de um item, o aluno utilizar simbologia, ou escrever uma expressão, inequivocamente incorrecta do ponto de vista formal (por exemplo, se escrever o símbolo de igualdade onde deveria estar o símbolo de equivalência), a cotação total a atribuir ao item deve ser desvalorizada em um ponto. Esta desvalorização não se aplica no caso em que tais incorrecções ocorram apenas em etapas cotadas com 0 (zero) pontos, nem a eventuais utilizações do símbolo de igualdade, onde, em rigor, deveria estar o símbolo de igualdade aproximada.
11. Existem itens em cujo enunciado é dada uma instrução relativa ao número mínimo de casas decimais que o aluno deve conservar, sempre que, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos. Indicam-se, a seguir, as desvalorizações a aplicar, na cotação total a atribuir ao item, em caso de desrespeito dessa instrução e/ou de arredondamentos mal efectuados.

Todos os valores intermédios estão de acordo com a instrução, mas existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado..... -1 ponto

Todos os valores intermédios estão bem arredondados, mas existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução..... -1 ponto

Existe, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado e existe, pelo menos, um que não está de acordo com a instrução ..... -2 pontos

## Critérios específicos

### 1.1. .... 20

$$3 + \frac{1}{2-x} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{9-4x}{2-x} \leq 0 \dots\dots\dots 5$$

Quadro (**ver nota 1**) ..... 10

1ª linha (relativa à variável  $x$ ) .....2

2ª linha (relativa ao numerador) .....2

3ª linha (relativa ao denominador) .....2

4ª linha (relativa ao quociente) .....4

Conclusão (**ver nota 2**)..... 5

#### Notas:

1. A cotação a atribuir a cada linha do quadro deve estar de acordo com o seguinte critério:

Linha correcta ..... Cotação indicada

Outras situações ..... 0

2. A cotação a atribuir à conclusão deve estar de acordo com o seguinte critério:

Conclusão correcta .....5

Conclusão parcialmente correcta (em que o único erro é a inclusão do valor 2 no conjunto solução) ..... 2

Outras situações ..... 0

### 1.2. .... 12

Escrever a equação  $y = 3$  ..... 6

Escrever a equação  $x = 2$  ..... 6

### 2. .... 25

Traduzir o problema ..... 10

Escrever a função objectivo ..... 2

Escrever as restrições .....8 (2+2+2+2)

Desenhar a região admissível .....8

Encontrar a solução óptima .....7

### 3. .... 20

Este problema pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1º Processo:

|                                                                                                                                                                               |   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ .....                                                                                                       | 4 |
| $(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}) \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DC}$ ..... | 5 |
| $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC} = 0$ .....                                                                                                                     | 5 |
| $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DC}^2$ .....                                                                                                 | 5 |
| Conclusão .....                                                                                                                                                               | 1 |

2º Processo:

|                                                                                                                |   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = \ \overrightarrow{DB}\  \ \overrightarrow{DC}\  \cos \alpha$  |   |
| $(\alpha \text{ é o ângulo dos vectores } \overrightarrow{DB} \text{ e } \overrightarrow{DC})$ .....           | 6 |
| $\ \overrightarrow{DB}\  = \overrightarrow{DB} \text{ e } \ \overrightarrow{DC}\  = \overrightarrow{DC}$ ..... | 2 |
| $\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{DC}}{\overrightarrow{DB}}$ .....                                          | 5 |
| Conclusão .....                                                                                                | 7 |

### 4.1. .... 20

Este problema pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

1º Processo:

|                                                                                                                                                            |          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Determinar um vector com a direcção da recta,<br>como, por exemplo, o vector $(0, 2, 1)$ .....                                                             | 5        |
| Mostrar que esse vector é perpendicular a dois vectores não colineares<br>do plano, como, por exemplo, $\overrightarrow{ST}$ e $\overrightarrow{SV}$ ..... | 10 (5+5) |
| Escrever uma equação do plano .....                                                                                                                        | 5        |

2º Processo:

|                                                                                     |   |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---|
| Determinar um vector perpendicular a dois vectores não colineares<br>do plano ..... | 8 |
| Determinar um vector com a direcção da recta .....                                  | 5 |
| Verificar a colinearidade dos dois vectores .....                                   | 2 |
| Escrever uma equação do plano .....                                                 | 5 |

#### 4.2.1. .... 25

|                                                                           |   |
|---------------------------------------------------------------------------|---|
| Justificar que o domínio de $f$ é o intervalo $]0, 4[$ .....              | 4 |
| Exprimir o raio da base do cilindro em função de $z$ .....                | 7 |
| Escrever uma expressão que dê o volume do cilindro em função de $z$ ..... | 7 |
| Obter a expressão dada .....                                              | 7 |

#### 4.2.2. .... 15

|                                                                                                                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Traduzir o problema pela inequação $f(z) > \frac{64}{9}$ .....                                                                                                                                    | 3  |
| Resolver a inequação <b>(ver nota 1)</b> .....                                                                                                                                                    | 11 |
| Apresentação dos elementos recolhidos na<br>utilização da calculadora (gráfico de $f$ , recta<br>de equação $y = \frac{64}{9}$ , abcissas dos pontos<br>de intersecção) <b>(ver nota 2)</b> ..... | 3  |
| Valor mínimo <b>(ver nota 3)</b> .....                                                                                                                                                            | 4  |
| Valor máximo <b>(ver nota 4)</b> .....                                                                                                                                                            | 4  |
| Resposta («A cota do ponto $P$ deve variar entre 1,019 e 1,675») .....                                                                                                                            | 1  |

#### Notas:

1. Se o aluno não resolver a inequação graficamente (por exemplo, se a tentar resolver com recurso à tabela da calculadora), esta etapa e todas as subsequentes devem ser cotadas com 0 (zero) pontos, pelo facto de o aluno ter desrespeitado a instrução do enunciado (ver critério geral 9).
2. A cotação a atribuir à apresentação do gráfico deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

|                                                                                                                                   |   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| Apresentação correcta e completa de todos os elementos relevantes.....                                                            | 3 |
| Apresentação correcta mas com ausência de alguns elementos relevantes ou apresentação completa mas com algumas incorrecções ..... | 2 |
| Apresentação incompleta e com algumas incorrecções.....                                                                           | 1 |
| Outras situações.....                                                                                                             | 0 |

3. A cotação a atribuir à apresentação do valor mínimo deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

1º caso: valor arredondado às milésimas

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| Valor igual a 1,019.....          | 4 |
| Valor igual a 1,018.....          | 3 |
| Valor igual a 1,017 ou 1,020..... | 1 |
| Outros valores.....               | 0 |

2º caso: valor com aproximação superior às milésimas

|                                            |   |
|--------------------------------------------|---|
| Valor no intervalo $[1,018 ; 1,019]$ ..... | 1 |
| Outros valores.....                        | 0 |

3º caso: valor com aproximação inferior às milésimas

|                         |   |
|-------------------------|---|
| Valor igual a 1,02..... | 1 |
| Outros valores.....     | 0 |

4. A cotação a atribuir à apresentação do valor máximo deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

1º caso: valor arredondado às milésimas

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| Valor igual a 1,675.....          | 4 |
| Valor igual a 1,676.....          | 3 |
| Valor igual a 1,674 ou 1,677..... | 1 |
| Outros valores.....               | 0 |

2º caso: valor com aproximação superior às milésimas

|                                            |   |
|--------------------------------------------|---|
| Valor no intervalo $[1,675 ; 1,676]$ ..... | 1 |
| Outros valores.....                        | 0 |

3º caso: valor com aproximação inferior às milésimas

|                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| Valor igual a a 1,67 ou 1,68..... | 1 |
| Outros valores.....               | 0 |