SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

Sociedade Portuguesa de Matemática
Av. da República 37, 4º, 1050–187 Lisboa
Tel. 21 795 1219 / Fax 21 795 2349
www.spm.pt imprensa@spm.pt

23 de Junho de 2008

Proposta de resolução da Sociedade Portuguesa de Matemática
Para a prova de Matemática B (código 735)
1ª. Fase – 23/06/08

1.1 Comecemos por reparar que a área do quadrado [*EFGH*] pode ser dada por $\overline{FG}^2$. Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo rectângulo [*FBG*], tem-se que $\overline{FB}^2 + \overline{BG}^2 = \overline{FG}^2$, donde $3^2 + (7-3)^2 = \overline{FG}^2 \Leftrightarrow \overline{FG}^2 = 25$. Assim, a área deste quadrado é de 25 m^2, ou, reduzindo a centímetros quadrados, de 250000 cm^2. Por outro lado, as 700 roseiras necessitam de uma área de $700 \times 20^2 = 280000\ \text{cm}^2$. Podemos concluir que **não** é possível proceder à plantação.

1.2 A área da região relvada é o quádruplo da área do triângulo rectângulo [*FBG*]. Assim, a área pedida é $4 \times \dfrac{x \times (7-x)}{2} = 14x - 2x^2$.

$a(0) = 0$; se $x = 0$, os quadrados [*ABCD*] e [*EFGH*] coincidem e não existe zona relvada.

2.1 $\text{tvm} = \dfrac{a(4) - a(3)}{4-3} = \dfrac{14 \times 4 - 2 \times 4^2 - (14 \times 3 - 2 \times 3^2)}{1} = 0$

2.2 Não**,** o facto de a taxa de variação média ser nula num dado intervalo implica apenas que a função assume valores iguais nos extremos do intervalo e não que é constante. No caso concreto em estudo, a representação gráfica da função é um arco de parábola, logo a função não é constante em nenhum intervalo do seu domínio.

2.3 Para obter o valor que maximiza a área, basta determinar a abcissa *h* do vértice da parábola definida por $y = 14x - 2x^2$.

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{14}{2 \times (-2)} = 3{,}5$$

Assim, *x* deve ter o valor de 3,5 metros.

3.1

$Y = y_i$	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y = y_i)$	1/16	2/16	3/16	4/16	3/16	2/16	1/16

$P(Y<2)=P(Y=0)+P(Y=1)=1/16+2/16=3/16$
$P(Y>3)=3/16+2/16+1/16=6/16$

Assim, é mais provável que o número de moedas escondidas seja maior que 3.

3.2 Deve ser $0{,}10+0{,}20+a+0{,}25+0{,}15=1$ donde $a=0{,}3$. Quanto ao valor médio, $\mu_X=0{,}10\times 0+0{,}20\times 1+0{,}3\times 2+0{,}25\times 3+0{,}15\times 4=2{,}15$.

4. Considere-se a seguinte tabela:

Ano	População (em milhares de milhões)
1900	1,65
1925	$2\times 1{,}65=3{,}3$
1950	$2\times 3{,}3=6{,}6$
1975	$2\times 6{,}6=13{,}2$
2000	$2\times 13{,}2=26{,}4$

Assim, com a aproximação pedida, a resposta é 26.

5. Considere-se a seguinte tabela

L1	L2
0	1,65
10	1,75
20	1,86
30	2,07
40	2,30
50	3,56
60	3,04
70	3,71
80	4,45
90	5,28
100	6,08

Utilizando a regressão exponencial e com a aproximação indicada, obtém-se $f(x)=1{,}4471\times 1{,}0137^x$. Para terminar, e seguindo as indicações dadas no enunciado, ao ano de 2010 corresponderá o valor 110, e assim $f(110)=1{,}4471\times 1{,}0137^{110}\approx 6{,}46$.

6.1 $T=\dfrac{24}{\mathrm{sen}(90^\circ)}=\dfrac{24}{1}=24$ horas.

6.2 O período registado por Foucault na experiência de 1851 é $T = \dfrac{24}{\operatorname{sen}(49^\circ)} \approx 31{,}80$ horas**.** Quanto ao local onde o João terá feito a experiência, a sua latitude q pode ser determinada resolvendo a equação $48 = \dfrac{24}{\operatorname{sen}(q)}$**,** donde se conclui que $q = 30^\circ$. Finalmente, atendendo a que Portugal Continental está compreendido entre, aproximadamente, as latitudes 36º e 42º, conclui-se que o João **<u>não</u>** poderá ter feito a experiência em Portugal Continental.