

Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 28.01.2009

10.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

Nome do aluno _____

N.º _____ Turma _____

Na sua folha de respostas, indique claramente a versão do teste. A ausência dessa indicação implica a classificação das respostas aos itens de escolha múltipla com zero pontos.

O item 3.3. é resolvido no enunciado. Por este motivo, entregue o enunciado em conjunto com a sua folha de respostas.

Grupo I

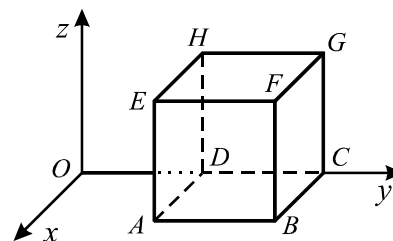
- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Qual das condições seguintes define, em referencial o.n. $Oxyz$, uma recta paralela ao eixo Oz ?
- (A) $(x, y, z) = (7, 0, 0) + k(1, 1, 0)$, $k \in \mathbb{R}$
- (B) $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(0, 0, 7)$, $k \in \mathbb{R}$
- (C) $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(7, 0, 0)$, $k \in \mathbb{R}$
- (D) $(x, y, z) = (0, 0, 7) + k(1, 1, 0)$, $k \in \mathbb{R}$
2. Num referencial o.n. $Oxyz$, a condição $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4$ define uma esfera. Qual das equações seguintes define um plano que divide essa esfera em dois sólidos com o mesmo volume?
- (A) $x = 0$ (B) $x = 1$ (C) $x = 2$ (D) $x = 3$

3. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo de aresta 2.

Sabe-se que:

- a face $[ABCD]$ está contida no plano xOy
- a aresta $[DC]$ está contida no eixo Oy
- o ponto D tem coordenadas $(0, 2, 0)$



Os pontos de coordenadas $(2, 2, 0)$ e $(0, 4, 0)$ são vértices do cubo.

Qual é o plano mediador do segmento de recta cujos extremos são estes dois vértices?

- (A) ABC (B) ACG (C) BDH (D) BCF

4. Num certo prisma, cada uma das bases tem n vértices.

Quantas faces e quantas arestas tem esse prisma?

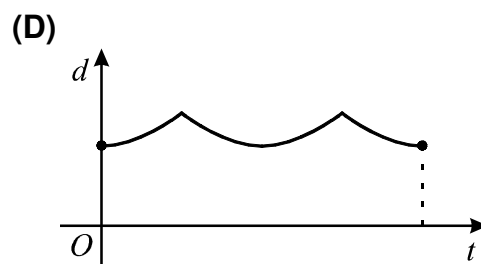
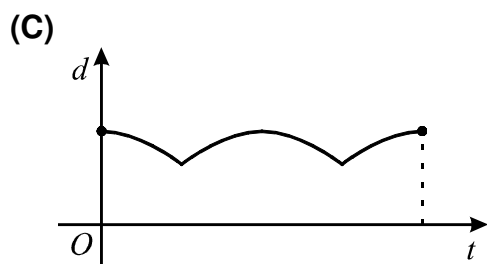
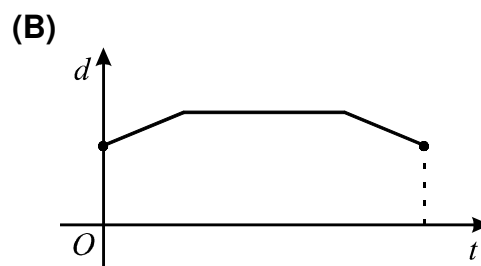
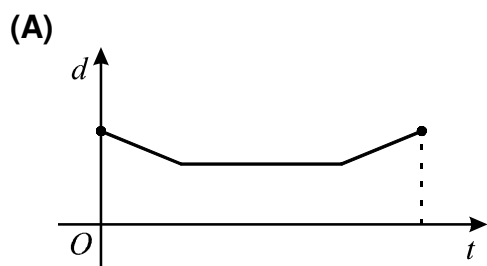
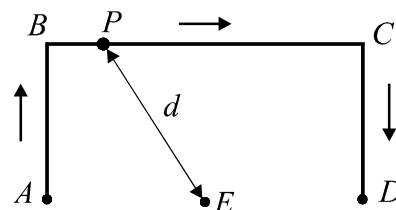
- (A) $2n$ faces e $2n$ arestas (B) $2n$ faces e $3n$ arestas
(C) $n + 2$ faces e $2n$ arestas (D) $n + 2$ faces e $3n$ arestas

5. Na figura está representado o trajecto de um ponto P .

O ponto P iniciou o seu percurso em A e só parou em D , tendo passado por B e por C .

Para cada posição do ponto P , seja t o tempo decorrido desde o início do percurso e seja d a distância do ponto P ao ponto E .

Qual dos gráficos seguintes pode relacionar correctamente as variáveis t e d ?

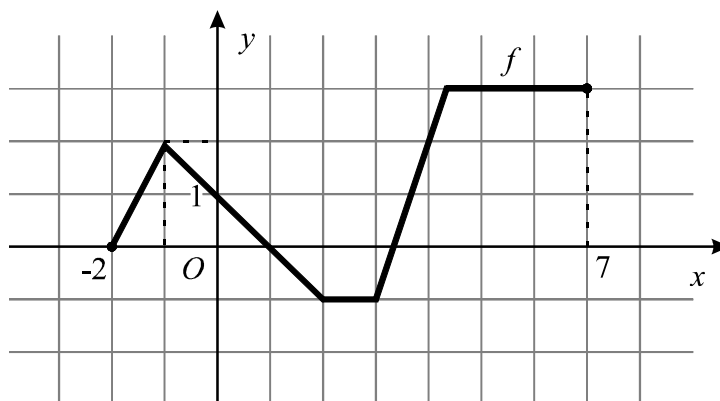


Grupo II

Nas respostas a itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura está representado, em referencial o.n. xOy , o gráfico de uma função f , de domínio $[-2, 7]$



Indique o conjunto solução da condição $f(x) < 2$. Apresente a sua resposta na forma de união de intervalos de números reais.

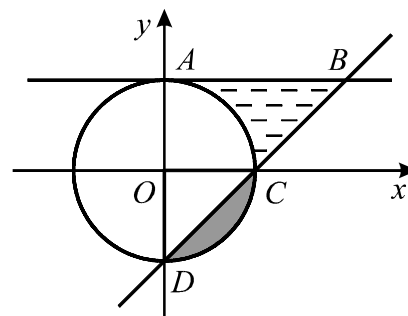
2. Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy :

- os pontos A e D , pertencentes ao eixo Oy
- o ponto C , pertencente ao eixo Ox
- a circunferência de centro na origem do referencial e raio 3, que contém os pontos A , C e D
- a recta BD , que contém o ponto C
- a recta AB , paralela ao eixo Ox

O ponto B tem coordenadas $(6, 3)$

Estão assinaladas na figura duas regiões:

- uma, tracejada, no primeiro quadrante
- outra, sombreada, no quarto quadrante



- 2.1. Mostre que uma equação da mediatriz do segmento $[BC]$ é $y = -x + 6$

- 2.2. Defina, por meio de uma condição, a região **sombreada**, incluindo a fronteira.

- 2.3. Determine a área da região **tracejada**. Apresente o resultado arredondado às centésimas.

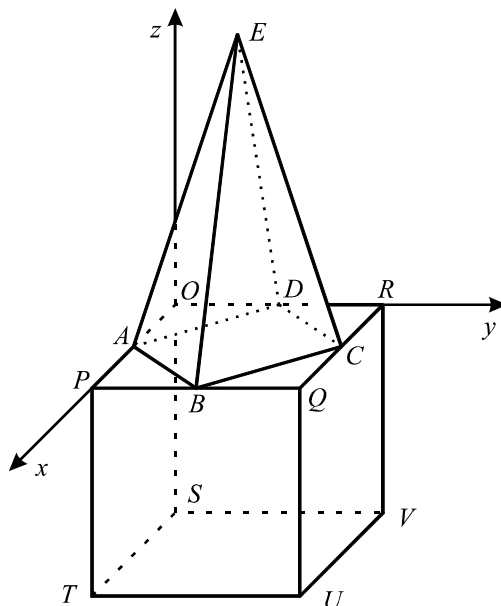
3. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

A origem do referencial é um dos vértices do cubo, o vértice P pertence ao eixo Ox e o vértice R pertence ao eixo Oy .

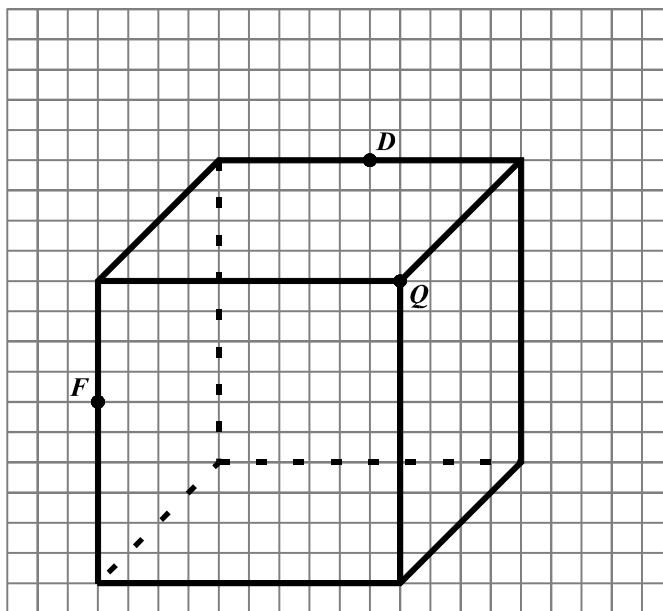
Os vértices da base da pirâmide são os pontos médios dos lados do quadrado $[OPQR]$.

O ponto Q tem coordenadas $(2, 2, 0)$.

O volume do sólido é igual a 10.



- 3.1. Determine a cota do ponto E .
- 3.2. Determine uma equação da superfície esférica que tem centro no ponto T e que contém o ponto C .
- 3.3. Na figura abaixo está representado o cubo, em papel quadriculado. **Nesta figura, desenhe**, a lápis, a secção produzida no cubo pelo plano FQD . Em seguida, **assinale** com um X a opção correcta, quanto à forma da secção.

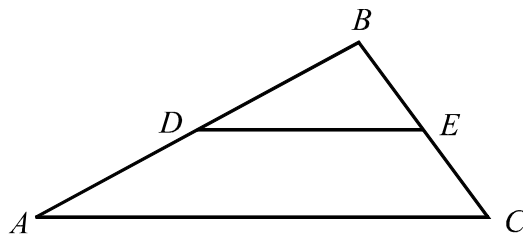


A secção obtida é um

- ☐ triângulo
- ☐ rectângulo
- ☐ losango
- ☐ trapézio
- ☐ pentágono
- ☐ hexágono

Nota: este item é resolvido no enunciado; por este motivo, escreva o seu nome na primeira página do enunciado e entregue o enunciado em conjunto com a sua folha de respostas.

4. Na figura está representado um triângulo $[ABC]$. Os pontos D e E são os pontos médios dos lados $[AB]$ e $[BC]$, respectivamente.



Utilizando cálculo vectorial, prove que as rectas AC e DE são paralelas.

Sugestão

Percorra as seguintes etapas:

- Exprima o vector $\overrightarrow{AC}$ à custa dos vectores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BC}$
- Relacione o vector $\overrightarrow{AB}$ com o vector $\overrightarrow{DB}$
- Relacione o vector $\overrightarrow{BC}$ com o vector $\overrightarrow{BE}$
- Mostre que $\overrightarrow{AC} = 2 \overrightarrow{DE}$
- Utilize a igualdade anterior para justificar que as rectas AC e DE são paralelas

FIM

COTAÇÕES

Grupo I(5 × 10 pontos) 50 pontos

Grupo II 150 pontos

1. 15 pontos

2. 55 pontos

2.1. 15 pontos

2.2. 20 pontos

2.3. 20 pontos

3. 60 pontos

3.1. 20 pontos

3.2. 20 pontos

3.3. 20 pontos

4. 20 pontos

TOTAL 200 pontos