

Teste Intermédio

Matemática A

Versão 1

Duração do Teste: 90 minutos | 06.05.2009

10.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

**Na sua folha de respostas, indique claramente a versão do teste.
A ausência dessa indicação implica a classificação das respostas
aos itens de escolha múltipla com zero pontos.**

GRUPO I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a esse item.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Na figura 1 está representada, em referencial o.n. xOy , uma circunferência de centro no ponto $P(2, -1)$

Qual das condições seguintes define a região sombreada, incluindo a fronteira?

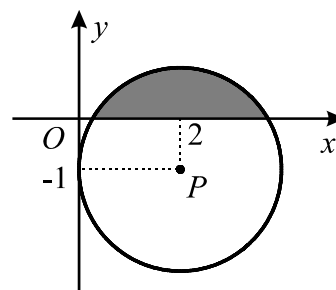


Figura 1

- (A) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 4 \quad \wedge \quad x \geq 0$
- (B) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 4 \quad \wedge \quad y \geq 0$
- (C) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \quad \wedge \quad y \geq 0$
- (D) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 4 \quad \wedge \quad x \geq 0$

2. Na figura 2 está o gráfico de uma função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = |x - a| + b$, em que a e b designam dois números reais.

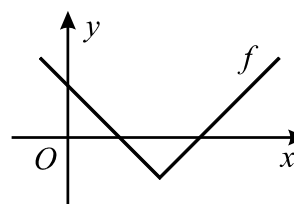


Figura 2

- (A) $a > 0 \quad \wedge \quad b > 0$
- (B) $a > 0 \quad \wedge \quad b < 0$
- (C) $a < 0 \quad \wedge \quad b > 0$
- (D) $a < 0 \quad \wedge \quad b < 0$

3. Considere a função g , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = |x| + 7$. Qual das equações seguintes tem duas soluções distintas?

(A) $g(x) = 3$ (B) $g(x) = 5$ (C) $g(x) = 7$ (D) $g(x) = 9$

4. Na figura 3 estão representadas, em referencial o.n. xOy , duas parábolas geometricamente iguais, que são os gráficos de duas funções quadráticas, f e g .

Os vértices das duas parábolas têm a mesma abscissa.

A ordenada de um dos vértices é igual a 3 e a ordenada do outro vértice é igual a 4.

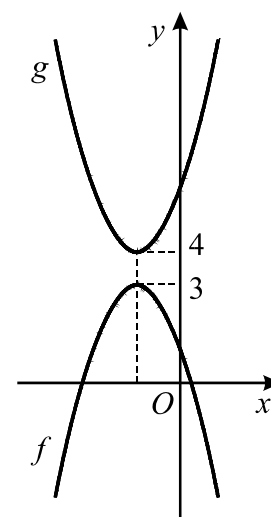


Figura 3

Qual das expressões seguintes define a função g ?

(A) $-f(x) + 7$ (B) $-f(x) + 1$ (C) $-[f(x) + 1]$ (D) $-[f(x) + 7]$

5. Uma empresa de telecomunicações anuncia o seguinte plano de preços para as chamadas telefónicas feitas a partir de um telefone registado nessa empresa:

- 12 cêntimos pelo primeiro minuto de conversação (se a chamada durar menos de um minuto, o preço a pagar também é 12 cêntimos);
- 0,1 cêntimos por segundo, a partir do primeiro minuto.

Por exemplo, se uma chamada durar um minuto e meio, o preço a pagar é 15 cêntimos (12 cêntimos pelo primeiro minuto, mais 0,1 cêntimos por cada um dos trinta segundos seguintes).

Qual das expressões seguintes dá o preço a pagar, em cêntimos, por uma chamada feita a partir de um telefone registado nessa empresa, em função do tempo t de duração da chamada, medido em segundos?

(A) $\begin{cases} 12t & \text{se } t \leq 60 \\ 12 + 0,1(t - 60) & \text{se } t > 60 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 12t & \text{se } t \leq 60 \\ 12 + 0,1t & \text{se } t > 60 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 12 & \text{se } t \leq 60 \\ 12 + 0,1(t - 60) & \text{se } t > 60 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 12 & \text{se } t \leq 60 \\ 12 + 0,1t & \text{se } t > 60 \end{cases}$

GRUPO II

Nas respostas a itens deste grupo apresente **todos os cálculos** que tiver de efectuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o **valor exacto**.

1. Na figura 4 está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular **não regular** $[ABCDEF]$

Sabe-se que:

- as bases são triângulos isósceles ($\overline{AB} = \overline{AC}$ e $\overline{DE} = \overline{DF}$)
- a base $[ABC]$ está contida no plano xOy
- as arestas laterais do prisma são perpendiculares às bases
- o ponto A tem coordenadas $(4, 0, 0)$
- o ponto E tem coordenadas $(0, 3, 8)$
- o ponto F é o simétrico do ponto E , relativamente ao plano xOz

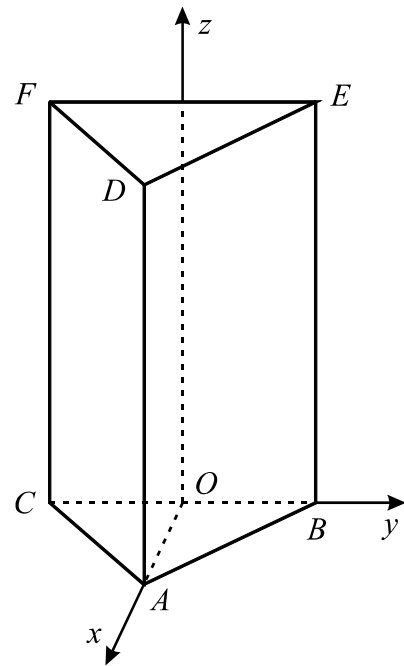


Figura 4

- 1.1. Determine uma equação vectorial da recta DF
- 1.2. Determine a área **lateral** do prisma.

2. Na figura 5 está representada uma circunferência de centro O e que contém os pontos R , S e T .

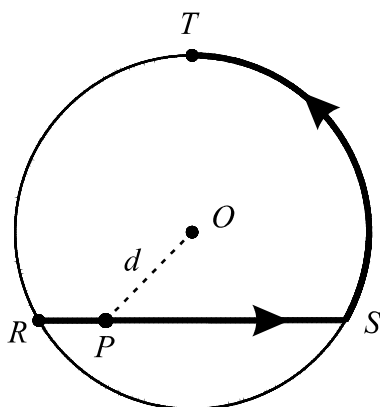
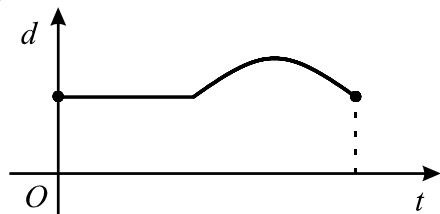


Figura 5

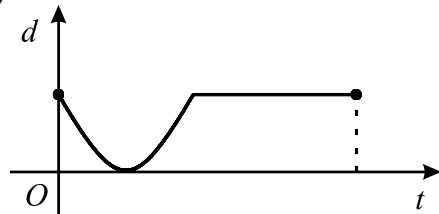
Um ponto P desloca-se ao longo do trajecto que a figura sugere: P inicia o percurso em R e termina-o em T , percorrendo, sucessivamente e sem parar, a corda $[RS]$ e o arco ST . Para cada posição do ponto P , seja t o tempo decorrido desde o início do percurso e seja d a distância do ponto P ao ponto O .

Apenas um dos gráficos a seguir representados pode relacionar correctamente as variáveis t e d

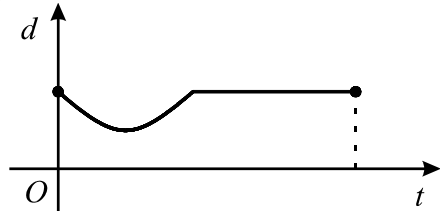
(A)



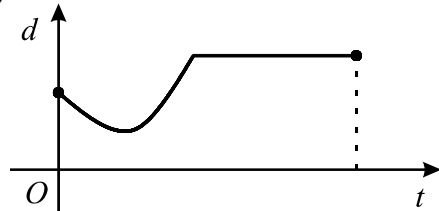
(B)



(C)



(D)



Numa pequena composição, indique o gráfico que pode relacionar correctamente as variáveis t e d e apresente, para cada um dos gráficos rejeitados, uma razão pela qual o considerou incorrecto.

3. Na figura 6 está representado um rectângulo $[ABCD]$

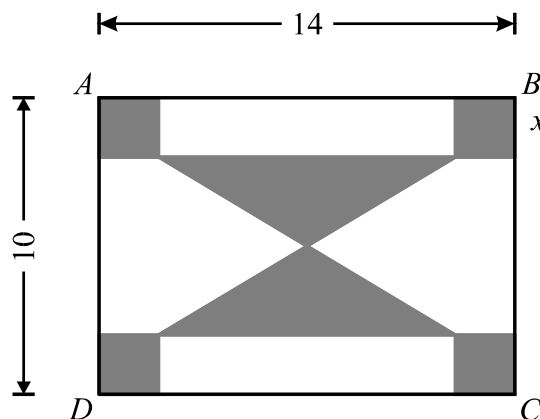


Figura 6

Este rectângulo é o esboço de uma placa decorativa de 14 *cm* de comprimento por 10 *cm* de largura e que será constituída por uma parte em metal (representada a cinzento) e por uma parte em madeira (representada a branco).

A parte em metal é formada por dois triângulos iguais e por quatro quadrados também iguais.

Cada triângulo tem um vértice no centro do rectângulo $[ABCD]$

Seja x o lado de cada quadrado, medido em *cm* ($x \in]0, 5[$)

Sem recorrer à calculadora, resolva os três itens seguintes.

- 3.1. Mostre que a área, em cm^2 , da parte em metal da placa decorativa é dada, em função de x , por

$$A(x) = 6x^2 - 24x + 70$$

- 3.2. Determine o valor de x para o qual a área da parte em metal é mínima e calcule essa área.
- 3.3. Determine o valor de x para o qual a área da parte em metal é igual à área da parte em madeira.

4. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

4.1. **Sem recorrer à calculadora**, resolva a inequação $f(x) < 0$, sabendo que um dos zeros de f é 4.

Apresente o conjunto solução utilizando a notação de intervalos de números reais.

4.2. Sejam A e B os pontos do gráfico de f cujas abcissas são -3 e 0 , respectivamente.

A recta AB intersecta o gráfico de f em mais um ponto. Designemos esse ponto por C .

Determine as coordenadas do ponto C , percorrendo as etapas indicadas a seguir:

- determine a equação reduzida da recta AB
- **recorrendo às capacidades gráficas da calculadora**, visualize o gráfico de f e a recta AB , escolhendo uma janela que lhe permita visualizar também o ponto C
- reproduza, na sua folha de prova, o que visualiza na calculadora, assinalando também os pontos A , B e C
- recorrendo à ferramenta adequada da calculadora, determine as coordenadas do ponto C e indique-as no gráfico que desenhou (as coordenadas do ponto C são números inteiros).

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (5 × 10 pontos)50 pontos

Grupo II150 pontos

1. 40 pontos

1.1.20 pontos

1.2.20 pontos

2. 20 pontos

3. 50 pontos

3.1.20 pontos

3.2.15 pontos

3.3.15 pontos

4. 40 pontos

4.1.20 pontos

4.2.20 pontos