Proposta de Resolução da Prova Escrita de **Matemática B**

11.º Ano de Escolaridade

Prova 735/1.ª Fase

5 páginas

2016

Grupo I

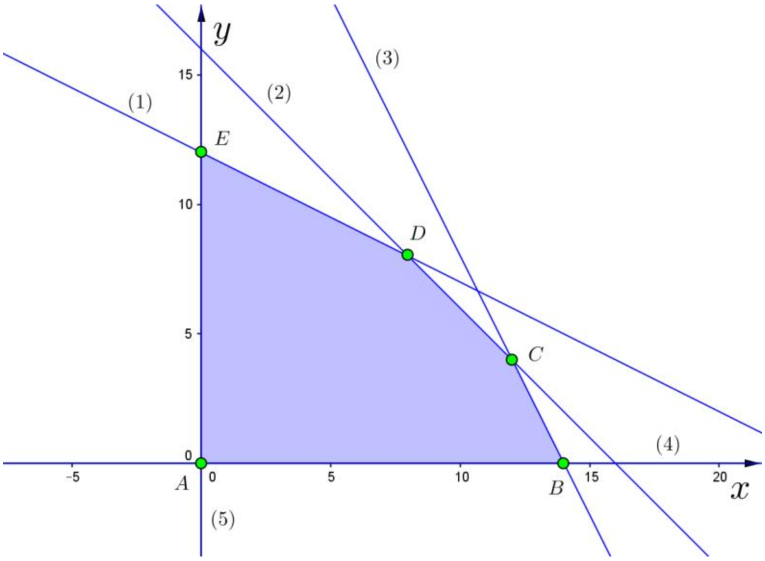
1. Função objetivo:

$L = 100x + 150y$

Restrições (considerando os valores em minutos)

$$\begin{cases} 20x + 40y \leq 480 & (1)(\text{departamento de coceção}) \\ 30x + 30y \leq 480 & (2)(\text{departamento de corte}) \\ 40x + 20y \leq 560 & (3)(\text{departamento de acabamento}) \\ x \geq 0 & (4) \\ y \geq 0 & (5) \end{cases}$$

Utilizando as potencialidades da calculadora gráfica obtemos a representação gráfica que ilustra as restrições:



Nos vértices do polígono obtido encontraremos a melhor solução para o problema, as coordenadas dos pontos são:

$A(0,0)$; $B(14,0)$; $C(12,4)$; $D(8,8)$; $E(0,12)$

O ponto A não faz sentido considerar, pois nessa situação não se produziram quaisquer tipo de sapatos, logo também não existiria lucro.

$$L(B)=100\times 14+150\times 0=1400$$

$$L(C)=100\times 12+150\times 4=1800$$

v

A melhor solução para a obtenção de lucro máximo ocorrerá quando forem produzidos 8 pares de calçado do tipo X e 8 pares de calçado do tipo Y.

2.

2.1. O número de operários que trabalham no departamento de corte é 10 e no de acabamento é 13, ao somarmos, contabiliza 23, como no total existem 20 operários, significa que existem 3 que trabalham simultaneamente no departamento de corte e de acabamento.

Seja:

C – operário que trabalha no departamento de corte

A – operário que trabalho no departamento de acabamento

$$P(C\cap A)=\frac{3}{20}=15\%$$

2.2.

$$\begin{cases} P(0)+P(1)+P(2)=0{,}95 \\ P(0)+P(1)+P(2)+P(3)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}6+a+0{,}15=0{,}95 \\ 0{,}6+a+0{,}15+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0{,}2 \\ b=0{,}05 \end{cases}$$

Grupo II

1. No instante inicial existe uma bactéria e esta divide-se em duas de 20 em 20 minutos.

Períodos de 20 minutos	Bactérias
0	$2=2^1$
1	$4=2^2$
2	$8=2^3$
3	$16=2^4$
4	$32=2^5$
…	…
n	2^{n+1}

Em 5 horas existem 15 períodos de 20 minutos, logo o número de bactérias existentes será de $2^{15+1}=2^{16}=65536>65000$

2. As bactérias reproduzem-se por divisão binária, assim, o termo seguinte da sucessão é sempre o dobro do anterior, logo é uma progressão geométrica de razão 2.

$b_n = 1000 \times 2^{n-1}$

Grupo III

1. Gráfico da figura 1

Os dias em que foram atendidas mais de 180 pessoas não foram dias consecutivos

Gráfico da figura 2

Todos os dias foram atendidas pessoas e $f(40) = 0$

Gráfico da figura 3

O dia 30 corresponde a um extremante que corresponde a $x = 20$, e nesse valor a função não representa um extremo.

2.

2.1.

2.1.1. $N_A(t) > 100$

$$\Leftrightarrow N_A(t) > 100$$

$$\Leftrightarrow \frac{325}{1+12\times 3^{-0,1t}} > 100$$

$$\Leftrightarrow 325 > 100 + 1200 \times 3^{-0,1t}$$

$$\Leftrightarrow \frac{225}{1200} > 3^{-0,1t}$$

$$\Leftrightarrow 0,1875 > 3^{-0,1t}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 0,1875 > -0,1t$$

$$\Leftrightarrow t > -\frac{\log_3 0,1875}{0,1}$$

$$\Leftrightarrow t > 15,2372$$

$$0,2372 \times 24 \approx 6$$

Passados 15 dias e 6 horas o número de infetados ultrapassou a centena de alunos.

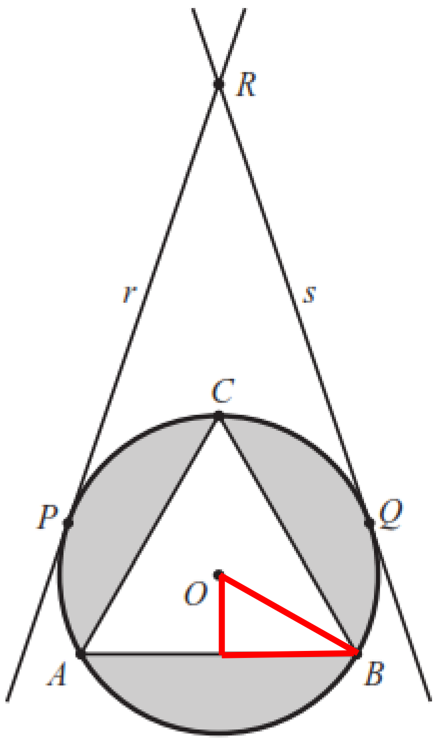
2.1.2. $N_B(10) = 39$

$$\Leftrightarrow k \times \frac{325}{1+12\times 3^{-0,1\times 10}} = 39 \Leftrightarrow k \times \frac{325}{1+12\times 3^{-1}} = 39 \Leftrightarrow k \times \frac{325}{5} = 39 \Leftrightarrow k = \frac{39}{65} = 0,6$$

2.2. Pela observação gráfica da função V percebemos que a função é positiva no domínio considerado, significando que a função N_C é crescente no mesmo intervalo logo atinge o valor máximo quando $t = 40$, que corresponde às oito horas do dia 19 de fevereiro de 2016

Grupo IV

1. O triângulo [*ABC*] é retângulo, logo os seus ângulos internos têm de amplitude 60º. Considerando o triângulo assinalado na figura abaixo, podemos escrever:



$$\cos 30 = \frac{a}{\sqrt{27}} \Leftrightarrow a = \sqrt{27}\cos 30 \Leftrightarrow a = \sqrt{27}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{81}}{2} \Leftrightarrow a = \frac{9}{2}$$

Assim, o comprimento do lado do triângulo [*ABC*] é

$$\frac{9}{2} \times 2 = 9$$

2. $A_{sombreado} = A_{círculo} - A_{[ABC]}$

$$A_{círculo} = \pi\left(\sqrt{27}\right)^2 = 27\pi$$

$$altura_{[ABC]} = \sqrt{27} + \sin 30 \times \sqrt{27} = \sqrt{27} + \frac{\sqrt{27}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{27}$$

$$A_{[ABC]} = \frac{9 \times \frac{3\sqrt{27}}{2}}{2} = \frac{27}{4}\sqrt{27}$$

$$A_{sombreado} = A_{círculo} - A_{[ABC]} = 27\pi - \frac{27}{4}\sqrt{27} \approx 50cm^2$$

3. Os triângulos [*POR*] e [*QOR*], são ambos retângulos, os catetos [*OP*] e [*OQ*] são raios da circunferência e o cateto [*OR*] é comum aos dois triângulo, assim podemos afirmar que os triângulos são congruentes.

A amplitude do ângulo *PRQ* é o dobro da amplitude do ângulo de amplitude *PRO*.

$$\sin P\hat{R}O = \frac{\sqrt{27}}{12+\sqrt{27}} \Leftrightarrow P\hat{R}O \approx 17,588^{\text{o}}$$

$$P\hat{R}Q = 17,588^{\text{o}} \times 2 \approx 35^{\text{o}}$$

4.

4.1. O transformado do ponto *A* é o ponto *B*.

4.2. A razão entre as áreas é 4, logo a razão entre os comprimentos é $\sqrt{4}=2$

O raio da circunferência inscrita no triângulo é:

$$\frac{\sqrt{27}}{raz\tilde{a}o} = \frac{\sqrt{27}}{2} = 2,60cm$$

$$Per\acute{\imath}metro = 2\pi \times 2,60 \approx 16,3cm$$

Bom trabalho!!